
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

First Semester Examination
2009/2010 Academic Session

November 2009

MGM 531 – Euclidean Geometry
[Geometri Euclidean]

Duration : 3 hours
[Masa : 3 jam]

Please check that this examination paper consists of THREE pages of printed materials before you begin the examination.

[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi TIGA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]

Instructions: Answer **all eight** [8] questions.

Arahan: Jawab **semua lapan** [8] soalan.]

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai].

1. $ABCD$ is a parallelogram. DE and BF are perpendiculars drawn on the diagonal AC of the parallelogram. Prove that $DE = BF$.
[5 marks]
2. Prove that the product $AC \cdot BC$ of two sides of a triangle ABC is equal to the product dh of the diameter d of the circumcircle of triangle ABC and the altitude h from C on the third side AB .
[5 marks]
3. A cevian AQ of an equilateral triangle ABC is extended to meet the circumcircle of triangle ABC at P . CP is produced to R so that $PB = PR$. Show that the triangle PBR is equilateral. Hence prove that $\frac{1}{PQ} = \frac{1}{PB} + \frac{1}{PC}$.
[10 marks]
4. Prove that the ratio of the areas of two similar triangles equals the ratio of the squares of their corresponding sides. Hence prove that the area of the equilateral triangle constructed on a side of a square equals half the area of the equilateral triangle constructed on its diagonal.
[10 marks]
5. P, Q, R, S are respectively the midpoints of the sides AB, BC, CD, DA of a quadrilateral $ABCD$. Prove that $PQRS$ is a parallelogram and that its area equals half the area of the quadrilateral.
[10 marks]
6. M is the midpoint of a chord PQ of a circle. AMB and CMD are two other chords through M . AD and BC meet PQ at points X and Y respectively. Prove that M is the midpoint of XY .
[15 marks]
7. O is the circumcentre and I is the incentre of a triangle ABC . R is the circumradius and r is the inradius of triangle ABC . Prove that $OI^2 = R^2 - 2rR$. Deduce that the circumradius of a triangle is at least twice the inradius.
[20 marks]
8. Prove Morley's Theorem which states that the points of intersection of the adjacent trisectors of the angles of a triangle are the vertices of an equilateral triangle.
[25 marks]

1. *ABCD adalah satu segiempat selari. DE dan BF berserenjang dengan pepenjuru AC. Buktikan bahawa $DE = BF$.*
[5 markah]
2. *Buktikan bahawa hasil darab $AC \cdot BC$ dua sisi segitiga ABC adalah sama dengan hasil darab dh antara garispusat d bulatan lilit segitiga ABC dan altitud h dari C ke sisi AB.*
[5 markah]
3. *Cevian AQ suatu segitiga sama ABC dilanjutkan untuk bertemu bulatan lilit segitiga ABC di P. CP dipanjangkan ke R supaya $PB = PR$. Tunjukkan bahawa PBR adalah segitiga sama. Dengan itu, buktikan bahawa $\frac{1}{PQ} = \frac{1}{PB} + \frac{1}{PC}$.*
[10 markah]
4. *Buktikan bahawa nisbah luas dua segitiga serupa adalah sama dengan nisbah kuasadua sisi mereka yang sepadan. Dengan itu, buktikan bahawa luas segitiga sama yang dibina pada sisi satu segiempat sama adalah sama dengan separuh daripada luas segitiga sama yang dibina pada pepenjurunya.*
[10 markah]
5. *P, Q, R, S masing-masing adalah titik tengah sisi-sisi AB, BC, CD, DA suatu segiempat sama ABCD. Buktikan bahawa PQRS ialah segiempat selari dan luasnya sama dengan separuh luas segiempat sama itu.*
[10 markah]
6. *M ialah titik tengah perentas PQ suatu bulatan. AMB dan CMD adalah dua perentas lain melalui M. AD dan BC bertemu PQ pada titik-titik X dan Y masing-masing. Buktikan bahawa M ialah titik tengah bagi XY.*
[15 markah]
7. *O ialah pusat bulatan lilit dan I adalah pusat bulatan terterap dalam segitiga ABC. R ialah jejari bulatan lilit dan r ialah jejari bulatan terterap dalam segitiga ABC. Buktikan bahawa $OI^2 = R^2 - 2rR$. Deduksikan bahawa jejari bulatan lilit suatu segitiga adalah sekurang-kurangnya dua kali jejari dalam.*
[20 markah]
8. *Buktikan Teorem Morley yang menyatakan bahawa titik-titik persilangan trisektor bersebelahan sudut-sudut suatu segitiga adalah bucu-bucu satu segitiga sama.*
[25 markah]