
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

First Semester Examination
2009/2010 Academic Session

November 2009

MAT 282 – Engineering Computation I
[Pengiraan Kejuruteraan I]

Duration : 3 hours
[Masa : 3 jam]

Please check that this examination paper consists of FIVE pages of printed material before you begin the examination.

[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi LIMA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]

Instructions: Answer **all four** [4] questions.

Arahan: Jawab **semua empat** [4] soalan.]

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai].

1. (a) Given the following system of equations:

$$\begin{aligned} 3x_1 - 4x_2 + 9x_3 - x_4 &= 8 \\ -2x_1 + 6x_2 - x_3 - 7x_4 &= 7 \\ x_2 - x_3 - x_4 &= 0 \\ 7x_1 - x_2 + 6x_3 - 5x_4 &= 11 \end{aligned}$$

Solve the system using LU factorization.

[60 marks]

- (b) Solve the systems of equations by

- (i) Jacobi iteration
(ii) Gauss Seidel iteration

up to three iterations, using the initial guess $x_1^{(0)} = x_2^{(0)} = x_3^{(0)} = 0$.

$$\begin{aligned} 16x_1 - 4x_2 + 4x_3 &= 24 \\ -4x_1 + 5x_2 + 3x_3 &= -6 \\ 4x_1 + 3x_2 + 14x_3 &= 15 \end{aligned}$$

[40 marks]

2. (a)

x	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
f(x)	1.0000	1.0197	1.0298	1.0300	1.0208	1.0019

- (i) Construct a forward finite difference table for these values. What degree of polynomial approximation should be used to approximate the function for $0.0 \leq x \leq 0.5$?

[30 marks]

- (ii) Use Newton's Forward Difference interpolation formula to obtain an approximation to $f(0.121)$ rounded to 4 decimal places.

[20 marks]

- (iii) Use the data given to obtain a quadratic polynomial which exactly fits the data for values of x which include the turning point of $f(x)$ in the given interval. Use this polynomial to estimate the maximum value of $f(x)$.

[40 marks]

- (b) Write down the quadratic Lagrange interpolating polynomial exact at the points x_0, x_1, x_2 .

[10 marks]

1. (a) Diberikan sistem persamaan linear berikut

$$3x_1 - 4x_2 + 9x_3 - x_4 = 8$$

$$-2x_1 + 6x_2 - x_3 - 7x_4 = 7$$

$$x_2 - x_3 - x_4 = 0$$

$$7x_1 - x_2 + 6x_3 - 5x_4 = 11$$

Selesaikan sistem ini dengan menggunakan kaedah LU .

[60 markah]

(b) Selesaikan sistem persamaan linear dengan menggunakan

(i) Kaedah Lelaran Jacobi

(ii) Kaedah Lelaran Gauss Seidel

sehingga tiga lelaran, dengan menggunakan nilai awalan

$$x_1^{(0)} = x_2^{(0)} = x_3^{(0)} = 0.$$

$$16x_1 - 4x_2 + 4x_3 = 24$$

$$-4x_1 + 5x_2 + 3x_3 = -6$$

$$4x_1 + 3x_2 + 14x_3 = 15$$

[40 markah]

2. (a)

x	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
f(x)	1.0000	1.0197	1.0298	1.0300	1.0208	1.0019

(i) Bina jadual beza sehingga ke hadapan untuk nilai-nilai tersebut. Apakah tertib polinomial yang perlu digunakan untuk menganggarkan fungsi untuk $0.0 \leq x \leq 0.5$?

[30 markah]

(ii) Gunakan formula interpolasi Kaedah Beza ke Depan Newton untuk menganggarkan nilai $f(0.121)$ sehingga 4 tempat perpuluhan.

[20 markah]

(iii) Gunakan data yang diberikan untuk mendapatkan polinomial kuadratik yang memenuhi data untuk nilai x termasuk titik pusingan $f(x)$ dalam selang yang diberikan. Gunakan polinomial ini untuk menganggarkan nilai maksimum $f(x)$.

[40 markah]

(b) Tuliskan polinomial kuadratik interpolasi Lagrange untuk titik-titik x_0, x_1, x_2 .

[10 markah]

3. (a) (i) Use Simpson's rule with seven ordinates to determine and approximation to $I = \int_0^{0.5} \sqrt{0.25-x^2} dx$ carrying 3 decimal places in the working.

[20 marks]

- (ii) The exact value of I is $\pi/16 \approx 0.196$. Calculate the percentage of error in your approximation to I .

[10 marks]

- (iii) Approximate $\int_2^4 \frac{\ln x}{x} dx$ using Simpson's rule with 4 strips and 8 strips.

Hence use Richardson's method to improve the approximations

[40 marks]

- (b) The error in Simpson's rule for approximating the integral $I = \int_a^b f(x) dx$ is;

$$-\frac{(b-a)^5}{2880} f^{(4)}(t_s), \quad a < t_s < b$$

By assuming that the fourth derivative of $f(x)$ is continuous in $[a,b]$ show that the error in the Composite Simpson's Rule for integrating $f(x)$ from a to b is

$$-\frac{(b-a)}{180} h^4 f^{(4)}(\Theta), \quad a < \Theta < b$$

[30 marks]

4. (a) Complete six iterations of the power method to approximate a dominant eigenvector of

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -12 \\ 1 & -5 \end{pmatrix}$$

Take the initial approximation $x_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$.

[20 marks]

- (b) Determine the eigenvectors corresponding to each eigenvalue and determine a basis for the eigen space of the matrix corresponding to each eigenvalue.

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 16 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}$$

[50 marks]

- (c) Use the power method to estimate the largest eigenvalue of

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

with $X_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ and $y_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$. Use the formula $\frac{A^{m+1} X_0 \cdot y}{A^m X_0 \cdot y} = \lambda_1$ with $m=5$.

[30 marks]

3. (a) (i) Gunakan petua Simpson dengan tujuh ordinat bagi menganggarkan

$$I = \int_0^{0.5} \sqrt{0.25 - x^2} dx \text{ sehingga tiga tempat perpuluhan.}$$

[20 markah]

- (ii) Nilai tepat untuk I adalah $\pi/16 \approx 0.196$. Hitungkan peratus ralat untuk I dalam anggaran anda.

[10 markah]

- (iii) Anggarkan $\int_1^4 \frac{\ln x}{x} dx$ menggunakan petua Simpsons dengan 4 jalur dan 8 jalur. Kemudian gunakan kaedah Richardson bagi membaiki penganggaran tersebut.

[40 markah]

- (b) Ralat dalam petua Simpson untuk menganggarkan kamiran $I = \int_a^b f(x) dx$ adalah;

$$-\frac{(b-a)^5}{2880} f^{(4)}(t_s), \quad a < t_s < b$$

Dengan membuat andaian bahawa terbitan keempat $f(x)$ adalah selanjar dalam selang $[a, b]$ tunjukkan ralat untuk petua Komposit Simpson untuk kamiran $f(x)$ dari a to b adalah

$$-\frac{(b-a)}{180} h^4 f^{(4)}(\Theta), \quad a < \Theta < b$$

[30 markah]

4. (a) Lengkapkan 6 lelaran kaedah kuasa bagi menganggarkan eigenvektor yang dominant bagi

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -12 \\ 1 & -5 \end{pmatrix}$$

Ambil $x_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ sebagai nilai awalan.

[20 markah]

- (b) Cari eigenvektor untuk setiap nilai eigen dan tentukan asas ruang eigen untuk setiap nilai eigen matriks tersebut.

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 16 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}$$

[50 markah]

- (c) Gunakan Kaedah Kuasa bagi menganggarkan nilai eigen bagi

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

dengan $X_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ dan $y_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$. Gunakan fomula $\frac{A^{m+1} X_0 \cdot y}{A^m X_0 \cdot y} = \lambda_1$ dengan $m=5$.

[30 markah]