

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Tambahan  
Sidang 1993/94

Jun 1994

MSG 441 - PENGIRAAN KEJURUTERAAN II

Masa : 3 jam

---

Jawab semua soalan. (Jawapan berangka sehingga 4 tempat perpuluhan sahaja).

1. (a) Nyatakan teorem Geshgorin dan buktikan.  
(b) Anggarkan selang-selang di mana terdapat nilai eigen bagi matriks

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

- (c) Cari penyelesaian  $y'' = \sin y + 1$ ,  $x \in [0, 1]$  dengan syarat awal  $y(0) = 0.1132$  dan  $y'(0) = 0$  menggunakan kaedah Taylor peringkat 5. Ambil  $h = 0.1$

(100/100)

2. (a) Menggunakan Kaedah beza terhingga selesaikan

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \quad 0 \leq x, y \leq 1$$

dengan syarat sempadan

$$u(x, 0) = u(x, 1) = 100x(1 - x)$$

$$u(0, y) = u(1, y) = 100y(1 - y)$$

$$\text{Ambil } h = \frac{1}{3}.$$

.../2

- (b) Seterusnya selesaikan masalah di atas menggunakan rumus 9 titik berikut

$$\frac{1}{6h^2} \begin{Bmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 4 & -20 & 4 \\ 1 & 4 & 1 \end{Bmatrix} u_{ij} = 0 .$$

- (c) Jika  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  adalah nilai eigen bagi  $Ax = \lambda x$  dengan  $|\lambda_1| > |\lambda_2| > \dots > |\lambda_n|$ , tunjukkan kaedah kuasa akan menumpu kepada nilai eigen terbesar.

(100/100)

3. (a) Apakah yang dimaksudkan kaedah tersirat dan tak tersirat dalam menyelesaikan persamaan pembezaan separa.
- (b) Terangkan dengan ringkas kaedah Crank - Nicolson.
- (c) Diberi

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} , \quad (0 < x < 1)$$

dengan

$$(i) u(0, t) = u(1, t) = 0 , \quad t \geq 0 ,$$

$$(ii) u(x, 0) = 4x , \quad 0 \leq x \leq 0.5 ,$$

$$(iii) u(x, 0) = 4(1 - x) , \quad 0.5 \leq x \leq 1 .$$

Dapatkan penyelesaian pada tahap masa pertama dengan mengambil  $h = 0.2$  dan  $r = 1$ , menggunakan (b) di atas.

- (d) Jika kaedah berangka hendak digunakan, dalam menyelesaikan masalah (c) di atas, cadangkan satu kaedah yang sesuai digunakan dan tuliskan langkah-langkahnya.

(100/100)

.../3

4. (a) Fungsi u adalah penyelesaian bagi persamaan

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (1 - 3x^2) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} - 3x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + x = 0$$

dengan  $u = x$ ,  $\frac{\partial u}{\partial t} = 0$  pada  $t = 0$  dan  $-\infty < x < \infty$ .

Jika  $p = \frac{\partial u}{\partial x}$  dan  $q = \frac{\partial u}{\partial t}$ , buktikan bahawa

$$3x dp + 3xdq - dy = 0,$$

sepanjang cirian dengan kecerunan  $(-3x^2)$  dan

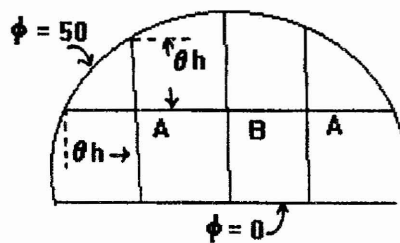
$$dp - 3x^2 dq + xdy = 0$$

sepanjang cirian dengan kecerunan 1.

Sahkan bahawa cirian garis lurus melalui A(0.4, 0) bersilang dengan cirian yang melalui B(0.5, 0) pada titik R(0.44, 0.040).

Seterusnya cari penyelesaian pada titik R (hingga 3 tempat perpuluhan).

(b) Rantau penyelesaian bagi persamaan Laplace  $\nabla^2 \Phi = 0$  adalah rantau tertutup yang dibatasi oleh semibulatan berjajari 2h dengan syarat-syarat sempadan seperti di bawah



Dapatkan rumus pengiraan pada titik A. Seterusnya dapatkan penyelesaian pada titik A dan B.

(100/100)

- ooo000ooo -