
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang
Sidang Akademik 2000/2001

April/Mei 2001

MSS 301- Analisis Kompleks

Masa : 3 jam

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **TIGA** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **SEMUA TIGA** soalan. Semua soalan membawa markah yang sama.

...2/-

1. (a) Selesaikan setiap persamaan berikut dengan meninggalkan jawapan dalam bentuk Cartesan.

(i) $\cos z = \sqrt{3} i$

(ii) $z^3 - 27i = 0$

- (b) Tunjukkan bahawa vektor z adalah serenjang kepada vektor w ,

$$z \perp w \Leftrightarrow \operatorname{Re}(z\bar{w}) = 0 \Leftrightarrow |z-w|^2 = |z|^2 + |w|^2.$$

- (c) Bentukkan cabang $\log(z+3)$ yang analisis pada $z = -4$ serta bernilai $5\pi i$ di situ.

- (d) Jika fungsi analisis $w = f(z)$ memetakan domain D ke sebahagian suatu garis, tunjukkan bahawa f merupakan fungsi malar pada D .

2. (a) Dapatkan konjugat harmonik $u(x, y) = x^3 - 3xy^2 - 5x + 1$.

- (b) Cari tiga perwakilan siri Laurent bagi fungsi

$$f(z) = \frac{3z-5}{z^2-z-12}$$

dalam kuasa z .

- (c) Tunjukkan bahawa

$$|\cos z|^2 + |\sin z|^2 \geq 1,$$

dan kesamaan hanya dapat berlaku apabila z merupakan nombor nyata.

- (d) Jika $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ adalah analisis pada domain D , tunjukkan bahawa u dan v adalah harmonik pada D .

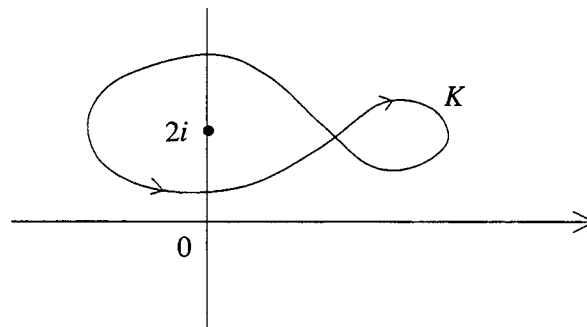
...3/-

- 3 -

3. (a) Nilai setiap kamiran berikut:

(i) $\int_B \frac{e^{3z}}{(z+2)^3} dz$ dengan B sebagai bulatan berarah positif $|z| = 3$.

(ii) $\int_K \frac{4i}{(z^2+4)} dz$ dengan kontur K seperti yang digambarkan:



(b) Untuk setiap fungsi berikut, tentukan titik singular, kelaskan jenis titik singular tersebut, dan jika berkaitan, dapatkan peringkatnya.

(i) $f(z) = \frac{e^z}{(z-3)^2}$

(ii) $g(z) = \frac{z^2 - \sin(z^2)}{z^7}$

(c) Jika polinomial $p(z) = a_0 + a_1z + \dots + a_nz^n$ bersifat $|p(z)| \leq B$ untuk $|z| \leq 1$, tunjukkan bahawa $|a_k| \leq B$, $k = 0, 1, \dots, n$.

(d) Cari nilai maksimum $|z^2 + 2z - 1|$ pada cakera $|z| \leq 1$, dan titik-titik z di mana nilai maksimum tersebut dicapai.

- ooo O ooo -