UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang 1991/92

Oktober/November 1991

MSG343 Geometri Berkomputer

Masa: [3 jam]

Jawab SEMUA soalan.

1. (a) Bagi vektor $\underline{P}$ dan $\underline{R}$, tunjukkan

(i) $(\underline{P} - \underline{R}) \cdot (\underline{P} + \underline{R}) = |\underline{P}|^2 - |\underline{R}|^2$

(ii) $(\underline{P} - \underline{R}) \times (\underline{P} + \underline{R}) = 2\underline{P} \times \underline{R}$

(15/100)

(b) (i) Tunjukkan bagi titik $\underline{r} = (x, y, z)$ yang diputarkan mengelilingi paksi x sebanyak α (lawan jam), matriks putaran diberikan oleh

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \text{kos } \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \text{kos } \alpha \end{bmatrix}$$

(ii) Terangkan mengenai matriks transformasi berbentuk homogen.

(30/100)

(c) (i) Bincangkan mengenai lengkung dan permukaan yang diwakilkan secara berparameter. Bagaimana anda memplotnya?

(ii) Tuliskan dalam bentuk berparameter garislurus yang menyambungi (8,4,1) dan (5,2,-1).

(25/100)

(d) (i) Terangkan mengenai kaedah interpolasi Lagrange dan Hermite. Bincangkan mengenai keburukannya.

.../2

(ii) Bincangkan mengenai unjuran ortografik dan perspektif.

(30/100)

2. (a) Katakan $\underline{r} = \underline{r}(u,v) = [x(u,v), \ y(u,v), \ z(u,v)]$ mewakilkan suatu permukaan berparameter, dan $u = u(t)$, $v = v(t)$ mewakilkan lengkung yang terletak pada permukaan tersebut. Jika $\underline{u} = [u(t), \ v(t)]^T$ dan $\underline{r}(t)$ menandai titik pada lengkung tersebut, maka tunjukkan

$$\ddot{\underline{r}} = \frac{\partial^2 \underline{r}}{\partial u^2} \dot{u}^2 + 2 \frac{\partial^2 \underline{r}}{\partial u \partial v} \dot{u}\dot{v} + \frac{\partial^2 \underline{r}}{\partial v^2} \dot{v}^2 + \frac{\partial \underline{r}}{\partial u} \ddot{u} + \frac{\partial \underline{r}}{\partial v} \ddot{v}$$

($\cdot$ menandakan terbitan terhadap t).

Diberikan $\underline{r}$ menepati pertalian

$$\ddot{\underline{r}} = \ddot{s} \, \underline{T} + \dot{s}^2 \, K \, \underline{N}$$

dengan $\dot{s} = |\dot{\underline{r}}|$, $\underline{T}$ dan $\underline{N}$ masing-masing menandakan vektor unit tangen dan normal lengkung tersebut, dan K ialah kelengkungan. Tunjukkan kedua persamaan di atas dapat memberikan pertalian

$$\dot{s}^2 \, K \, \underline{N} \cdot \underline{n} = \dot{\underline{u}}^T \, D \, \dot{\underline{u}}$$

dengan $\underline{n}$ merupakan vektor normal permukaan. Tuliskan matriks D, dan nyatakan sebutan D tersebut.

(30/100)

(b) Kita takrifkan lengkung Bézier sebagai

$$P(t) = \sum_{i=0}^{n} B_i^n(t) \, V_i \, , \quad 0 \le t \le 1$$

dengan $B_i^n(t) = \dfrac{n!}{(n-i)!\,i!} t^i (1-t)^{n-i}$ merupakan polinomial Bernstein, dan V_i adalah titik kawalan.

.../3

Tunjukkan bahawa

(i) $B_i^n(t) = (1-t)\, B_i^{n-1}(t) + tB_{i-1}^{n-1}(t)$

(ii) $B_i^n(t)$ mempunyai titik maksimum pada $t = i/n$.

(iii) $\displaystyle\sum_{i=0}^{n} \frac{i}{n} B_i^n(t) = t$

(25/100)

(c) Bincangkan bagaimana algoritma de Casteljau digunakan untuk menjana lengkung Bézier

(20/100)

(d) Lengkung kubik Ball ditulis sebagai

$$B(t) = (1-t)^2\, V_0^b + 2t(1-t)^2\, V_1^b + 2t^2(1-t)\, V_2^b + t^2\, V_3^b$$

dan lengkung kubik Timmer ditulis sebagai

$$T(t) = (1-t)^2(1-2t)\, V_0^t + 4t(1-t)^2\, V_1^t + 4t^2(1-t)\, V_2^t + t^2(2t-1)\, V_3^t$$

bagi $t \in [0,1]$.

(i) Bincangkan mengenai sifat hul cembung bagi kedua lengkung di atas, dan tunjukkan bahawa lengkung Timmer menginterpolasi tiga titik pada poligon kawalan.

(ii) Tuliskan lengkung kubik Ball dan Timmer dalam bentuk perwakilan Bézier

$$P(t) = (1-t)^3\, V_0 + 3t(1-t)^2\, V_1 + 3t^2(1-t)\, V_2 + t^3\, V_3$$

Terangkan mengenai pertalian titik kawalannya.

(25/100)

.../4