

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Tambahan

Sidang Akademik 1993/94

Jun 1994

MKT 443 - Pemodelan Matematik

Masa : [3 jam]

Jawab **kesemua** empat (4) soalan.

1. (a) Dalam masalah untuk mendapatkan fasa lampu kuning, perkara-perkara berikut perlu diberi pertimbangan:
- i) masa untuk berhenti apabila lampu isyarat bertukar kepada kuning
 - ii) masa untuk merentas persimpangan
 - iii) masa tindak balas pemandu

Dengan menganggapkan bahawa kesan penekanan brek boleh dimodelkan sebagai satu daya geseran yang bertentangan, dapatkan satu ungkapan untuk fasa lampu kuning.

- (b) Andaikan f sebagai pekali geseran. Petua yang digunakan oleh jurutera trafik menyatakan bahawa fasa lampu kuning ialah 4 saat untuk kenderaan yang menghampiri lampu isyarat dengan kelajuan 40 batu/jam (bsj). Dapatkan f untuk kes ini. Dengan f yang telah diperolehi, lengkapkan tableau berikut:

Kelajuan (bsj)	Fasa (saat)
30	
40	
50	

- (c) Pada realitinya, pemandu-pemandu menghampiri lampu isyarat dengan kelajuan-kelajuan yang berbeza. Andaikan julat kelajuan-kelajuan ini ialah $[v_p - (\delta v/2), v_p + (\delta v/2)]$, dengan kebarangkalian yang sama. Nilai kitar purata untuk lampu kuning .

(100/100)

2. (a) Dalam satu model untuk memperihalkan kepanjangan 'queue' pada satu lampu isyarat, persamaan berikut telah dihasilkan

$$U = \frac{q}{k_j - k}$$

dengan U halaju relatif penghujung 'queue' bergerak ke belakang, q aliran trafik dan k ketumpatan aliran. Untuk memperihalkan pergerakan gelombang trafik ke hadapan, ungkapan berikut juga telah diperolehi:

$$U_s = \frac{q_s}{k_j - k_s}$$

Andaikan bahawa kita boleh kawalkan ketumpatan serta aliran kereta-kereta yang menghampiri lampu isyarat, tertakluk kepada hubungan Greenshields $q = u_f k(1-k/k_j)$, dengan u_f kelajuan aliran bebas, yang kita boleh ambil sebagai 50 batu se jam. Dapatkan nilai k di mana $U = U_s$, supaya gelombang ke hadapan dan ke belakang bergerak dengan kelajuan yang sama. Guna $q_s = 1500$, $k_s = 150$.

(b) Biarkan

$$f_0(u) = \begin{cases} C(u-u_1)(u_2-u), & u_1 \leq u \leq u_2 \\ 0, & u > u_2 \text{ atau } u < u_1 \end{cases}$$

dengan C pemalar.

i) Lakarkan taburan kelajuan yang diingini ini.

ii) Nilaikan $N = \int_0^{\infty} f_0(u) du$.

iii) Menggunakan $p = 0.05$, $\lambda = 0.01$, $l = 15$ kaki, $u_1 = 20$ batu se jam, $u_2 = 40$ batu se jam dan $L = 20$ batu, tetapi membiarkan C sebarang, dapatkan satu hampiran kepada $f(u)$ dalam sebutan C .

(100/100)

3. Model yang dihasilkan oleh Hermann dalam Teori Pengekoraan Kereta menyatakan bahawa kepecutan seorang pemandu berkadar dengan perbezaan kelajuan keretanya dan kereta di hadapan. Maka kita boleh tulis

$$x_n''(t) = C (x_{n-1}'(t-1) - x_n'(t-1))$$

dengan $C > 0$, $n > 0$ dan $t > 0$. $x_n(t)$ ialah kedudukan kereta yang ke n . Andaikan $a_n(t) = x_n''(t)$ sebagai pecutan kereta ke n .

i) Dengan memperkenalkan pembolehubah tertentu, dapatkan ungkapan berikut:

$$A_{n+1}(s) = C^n (C + se^s)^{-n} A_1(s) \quad (*)$$

$A_n(s)$ ialah Jelmaan Laplace untuk $a_n(t)$, iaitu $A_n(s) \equiv L \{a_n(t)\}$. Beri satu tafsiran kepada persamaan (*).

ii) Sekarang andaikan pemandu pertama memecut dan nyahpecut dalam satu jangka masa terhingga dan kemudian $a_1(t) = 0$ untuk $t \geq T$, untuk suatu T . Tunjukkan bahawa $1 / (A_1(s)) = 0$ tidak mempunyai sebarang penyelesaian.

iii) Dengan menggunakan beberapa keputusan Jelmaan Laplace dalam domain kompleks, keputusan berikut telah diperolehi

Syarat	Ciri $a + i b$
$C > \pi/2$	$a > 0 \quad b \neq 0$
$C = \pi/2$	$a = 0 \quad b \neq 0$

Perihalkan ciri $a_n(t)$, ($n > 1$) untuk t besar. Tunjukkan bahawa perlanggaran akan berlaku apabila $C \geq \pi/2$.

(100/100)

4.. (a) Model pengekoran kereta dengan tunda boleh ditulis seperti

$$\frac{dv_{n+1}(t+T)}{dt} = \lambda_0(v_n(t) - v_{n+1}(t))$$

dengan T masa tunda tindak balas pemandu dan λ_0 pekali sensitiviti. Tunjukkan bahawa model ini stabil secara asimptot jika $\lambda_0 T < 1/2$.

(b) Model ini juga stabil secara tempatan jika $\lambda_0 T < \pi/2$ dan tidak stabil jika $\lambda_0 T > \pi/2$.
Apakah kesimpulan yang boleh dibuat untuk kes $\lambda_0 T = \pi/2$?

(100/100)

ooo0ooo

Rumus-rumus

1. $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$

2. $L \{u_c f(t-c)\} = e^{-cs}F(s)$, di mana $F(s) = L \{ f(t) \}$ dan u_c fungsi unit langkah

3. $L \{ f^{(n)}(t) \} = s^n F(s) - s^{n-1}f(0) - \dots - f^{(n-1)}(0)$