

---

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang  
Sidang Akademik 2000/2001

April/Mei 2001

**MAT 222 – Persamaan Pembezaan II**

Masa : 3 jam

---

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi DUA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab kesemua **TIGA** soalan.

1.(a) Diberi  $\underline{x}_1 = e^t \begin{pmatrix} \cos t \\ -\sin t \end{pmatrix}$  dan  $\underline{x}_2 = e^t \begin{pmatrix} \sin t \\ \cos t \end{pmatrix}$ . Tunjukkan bahawa  $\underline{x}_1$  dan  $\underline{x}_2$  merupakan dua penyelesaian yang tak bersandar linear bagi persamaan pembezaan  $\underline{x}' = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \underline{x}$ . Seterusnya nyatakan penyelesaian am persamaan pembezaan ini sekiranya  $\underline{x} = \underline{x}(t)$ .

(20 markah)

(b) Diberi persamaan pembezaan

$$\underline{x}' = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \underline{x} + \begin{pmatrix} \sec^2 t - \tan t - t \\ \tan t - t + 1 \end{pmatrix} \tag{A}$$

(i) Cari nilai pemalar-pemalar  $a, b, c, d, f$  dan  $g$  supaya  $\begin{pmatrix} a \tan t + bt + c \\ d \tan t + ft + g \end{pmatrix}$  menjadi suatu penyelesaian khusus kepada (A).

(ii) Diberi syarat awal  $\underline{x}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ , selesaikan (A).

(20 markah)

2.(a) Diberi persamaan pembezaan separa

$$3x^2 u_x + (2 - y)u_y = 0 \tag{B}$$

Cari satu set nilai-nilai  $a, b$  dan  $m$  supaya

$$u(x, y) = G[(2 - y)^a e^{bx^m}]$$

merupakan suatu penyelesaian am kepada (B).

(15 markah)

(b) Selesaikan masalah nilai sempadan:

$$3x^2 u_x + (2 - y)u_y = (2 - y)^2 (9x^2 \sec^2 3x - 2 \tan 3x),$$

$$u(x, 1) = x + \tan 3x$$

(15 markah)

3. Selesaikan masalah Dirichlet berikut dengan kaedah pemisahan pembolehubah:

$$u_{xx} + u_{yy} = 0, \quad 0 < x < 1, \quad 0 < y < 1,$$

$$u(0, y) = 0, \quad u(1, y) = 0, \quad 0 < y < 1,$$

$$u(x, 0) = 0, \quad u(x, 1) = x(1 - x), \quad 0 < x < 1.$$

(30 markah)