

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang 1991/92

Oktober/November 1991

MKT 382 Tinjauan Sampel dan Teknik Pensampelan

Masa : [3 jam]

Jawab LIMA soalan sahaja. Sifir New Cambridge Elementary Statistical Tables disediakan. Mesinkira Non-programmable boleh digunakan. Formula-formula tertentu dilampirkan bersama.

1. (a) Suatu populasi mengandungi N individu. Satu sampel rawak ringkas saiz n diambil dari populasi itu (tanpa penggantian) dan terdapat 'a' individu dalam sampel memiliki kereta. Tunjukkan bahawa $\hat{p} = \frac{a}{n}$ adalah penganggar saksama bagi P dan tentukan penganggar saksama bagi $V(\hat{p})$.

Katakan

Π_i = kebarangkalian individu ke- i terpilih memiliki kereta

y_i = individu ke- i dalam sampel

dan

$$t_i = \begin{cases} 1 & \text{jika individu ke-}i \text{ terpilih ke} \\ & \text{dalam sampel memiliki kereta} \\ 0 & \text{selainnya.} \end{cases}$$

Jika

$$a^* = \sum_{i=1}^n y_i / \Pi_i,$$

tunjukkan a^* adalah penganggar saksama bagi A , jumlah individu dalam populasi yang memiliki kereta.

(60/100)

...2/-

- (b) Dari satu sampel rawak ringkas dengan $n = 60$ yang diambil dari suatu populasi yang terdiri dari 2000 orang kontraktor pembinaan, 10 orang didapati perniagaan mereka telah didaftarkan dalam kelas A. Berikan anggaran jumlah kontraktor dalam kelas A dan dirikan selang keyakinan 95% bagi anggaran itu.

(40/100)

2. Anda telah dilantik mengetuai sebuah ahli jawatankuasa di Pusat Pengajian Sains Matematik, Universiti Sains Malaysia untuk mengkaji masalah keciciran dalam peperiksaan Sijil Pelajaran Malaysia di negeri Pulau Pinang. Untuk mendapat maklumat yang diperlukan anda bercadang untuk menjalankan satu tinjauan sampel. Bincangkan bagaimana anda akan mengendalikan projek itu. Perbincangan anda merangkumi populasi, kerangka pensampelan, jenis sampel, kaedah pengumpulan data dan pembinaan soalselidik.

(100/100)

3. (a) Jika ada dua stratum, seseorang pensampel itu lebih gemar mengambil saiz sampel yang sama dari setiap stratum untuk kemudahan pentadbiran, sebagai ganti kepada saiz sampel yang diberikan oleh peruntukan Neyman. Katakan V_N dan V_E masing-masing menandakan varians bagi anggaran min populasi yang menggunakan peruntukan Neyman dan peruntukan sama. Jika pembetulan populasi terhingga diabaikan tunjukkan

$$\frac{V_E}{V_N} = 1 + \left(\frac{r - 1}{r + 1} \right)^2$$

di mana $r = n_1/n_2$ yang diperolehi dari peruntukan Neyman. Beri komen terhadap keputusan di atas [formula $V(\bar{y}_{st})$ boleh digunakan tanpa membuktikannya].

(65/100)

- (b) Terangkan dengan jelas maksud sebutan-sebutan berikut:

- (i) sampel rawak berstratum
- (ii) sampel rawak berkelompok
- (iii) sampel rawak bersistem

(35/100)

...3/-

4. Bilangan penduduk di sebuah pulau ialah N dan penduduk-penduduk di pulau itu dibahagi-bahagikan kepada k stratum dengan saiz N_i ($i = 1, 2, \dots, k$). Setiap penduduk itu diarahkan membuat pilihan sama ada menyokong ataupun tidak menyokong untuk dipindahkan dari pulau itu ke tempat lain. Satu sampel rawak ringkas saiz n_i ($i = 1, 2, \dots, k$) diambil dari setiap stratum untuk menganggar nilai P , kadar populasi yang menyokong pemindahan itu. Jumlah saiz sampel ialah $\sum_{i=1}^k n_i = n$. Jika P_i dan \hat{p}_i , masing-masing menandakan kadaran bagi populasi dan sampel yang menyokong pemindahan itu dalam stratum i , tunjukkan bahawa

$$(i) \quad \hat{p}_{st} = \sum_{i=1}^k \frac{N_i \hat{p}_i}{N}$$

adalah penganggar saksama bagi P ,

$$(ii) \quad V(\hat{p}_{st}) = \sum_{i=1}^k \frac{W_i^2 (N_i - n_i)}{n_i (N_i - 1)} \hat{p}_i (1 - \hat{p}_i)$$

Apakah bentuk formula $V(\hat{p}_{st})$ bila

- (iii) peruntukan berkadaran,
- (iv) peruntukan sama

digunakan.

$$\left(W_i = N_i / N \right).$$

(100/100)

5. (a) Suatu populasi mengandungi N kelompok dengan setiap kelompok mengandungi M elemen. Jika n kelompok dan m elemen diambil dari kelompok terpilih menggunakan pensampelan rawak ringkas, tunjukkan bahawa $\bar{\bar{y}}$ adalah penganggar saksama bagi $\bar{\bar{Y}}$.
- (b) Pertimbangkan kes dengan $m = M$ [yakni, semua elemen diambil dari n kelompok terpilih]. Tunjukkan bahawa

$$V(\bar{\bar{y}}) = \frac{(1-f)}{nM} [S^2(1 + (M-1)\rho)],$$

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M (y_{ij} - \bar{\bar{Y}})^2}{NM}$$

... 4/-

$$\rho = \frac{E(y_{1j} - \bar{Y})(y_{1k} - \bar{Y})}{E(y_{1j} - \bar{Y})^2}$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum \sum y_{1j}}{NM}$$

- (c) Bincangkan kelemahan dan kelebihan soalselidik mel sebagai kaedah pengumpulan data.

(100/100)

6. (a) Andaikan nilai y_i dan x_i diamati pada setiap unit dalam sampel saiz n dan min populasi \bar{X} diketahui. Anggaran linear regresi bagi \bar{Y} diberikan oleh

$$\bar{y}_{1r} = \bar{y} + b_0(\bar{X} - \bar{x}),$$

b_0 suatu nilai yang dipraumpukkan. Tunjukkan

- (i) \bar{y}_{1r} adalah penganggar saksama bagi \bar{Y}

- (ii) varians \bar{y}_{1r} adalah minimum jika $b_0 = S_{xy}/S_x^2$ yakni,

$$V_{\min}(\bar{y}_{1r}) = \frac{(1 - f)}{n} S_y^2 (1 - \rho^2).$$

- (b) Sekumpulan 100 ekor ayam telah digunakan untuk kajian pemakanan. Sebelum kajian dijalankan berat setiap ekor ayam itu direkodkan. Min berat ayam itu ialah 3.1 lbs. Selepas dua bulan kajian itu berlalu, penyelidik itu ingin menentukan anggaran min berat ayam-ayam tersebut. Satu sampel rawak ringkas saiz $n = 10$ telah diambil dan menghasilkan maklumat berikut:

Ayam	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Berat sebelum kajian	3.2	3.0	2.9	2.8	2.8	3.1	3.0	3.2	2.9	2.8
Berat semasa	4.1	4.0	4.1	3.9	3.7	4.1	4.2	4.1	3.9	3.8

Anggarkan min berat semasa dan kirakan variansnya.

(100/100)

...5/-

7. (a) Dalam penganggaran nisbah suatu pembolehubah bantu X_1 , yang berkorelasi dengan Y_1 , diamati pada tiap-tiap unit dalam sampel saiz n yang telah diambil dari suatu populasi saiz N . Katakan y_T dan x_T masing-masing menandakan jumlah sampel bagi Y_1 dan X_1 , Y_T dan X_T masing-masing menandakan jumlah populasi untuk kedua-dua pembolehubah itu. Katakan $R = Y_T/X_T$ dan $\hat{R} = y_T/x_T$. Tunjukkan, jika saiz sampel besar, \hat{Y}_R adalah penganggar saksama bagi Y_T , dan variansnya diberikan oleh

$$V(\hat{Y}_R) = \frac{N^2(1-f)}{n} \frac{\sum_{i=1}^N (Y_i - RX_i)^2}{(N-1)},$$

$$\hat{Y}_R = \left(\frac{y_T}{x_T} \right) X_T.$$

Apakah anggaran sampel bagi $V(\hat{Y}_R)$?

- (b) Satu sampel rawak ringkas saiz $n = 2000$ telah diambil dari suatu populasi saiz $N = 75,000$ dan menghasilkan maklumat berikut:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n y_i &= 25,700, & \sum_{i=1}^n x_i &= 62,900 \\ X_T &= 2,353,000, & \sum_{i=1}^n y_i^2 &= 596,700 \\ \sum_{i=1}^n x_i^2 &= 2,937,800, & \sum_{i=1}^n y_i x_i &= 1,146,300 \end{aligned}$$

Dapatkan suatu anggaran bagi R dan kirakan ralat piawainya.

...6/-

Lampiran

$$1. \quad \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

$$2. \quad V(\bar{x}) = \frac{S^2}{n} \left(\frac{N-n}{N} \right)$$

$$3. \quad \text{Cov}(x_i, x_j) = -\frac{S^2}{N}$$

$$4. \quad V(x_i) = \frac{N-1}{N} S^2$$

$$5. \quad V(\bar{x}_{st}) = \sum \frac{N_i^2 S_i^2}{N^2 n_j} \left(\frac{N_i - n_i}{N_i} \right)$$

$$6. \quad V_{prop}(\bar{x}_{st}) = \frac{N-n}{N} \sum \frac{N_i}{N} S_i^2$$

$$7. \quad V(\hat{X}_{st}) = \sum N_i^2 \frac{S_i^2}{n_i} \left(\frac{N_i - n_i}{N_i} \right)$$

$$8. \quad V_N(\bar{x}_{st}) = \left(\frac{\sum W_i S_i}{n} \right)^2 - \frac{\sum W_i S_i^2}{N}$$

$$9. \quad V(\hat{P}_{st}) = \frac{1}{N^2} \sum N_i^2 \frac{(N_i - n_i)}{(N_i - 1)} \frac{P_i(1 - P_i)}{n_i}$$

$$10. \quad \hat{Y}_R = \frac{y}{x} X_T$$

$$11. \quad \hat{Y}_R = \frac{y}{x} \bar{X}$$

$$12. \quad \hat{R} = \frac{\bar{y}}{\bar{x}}$$

$$13. \quad V(\hat{Y}_R) \approx \frac{N^2(1-f)}{n} \left[\sum \frac{N (Y_i - RX_i)^2}{N-1} \right]$$

$$14. \quad V(\hat{Y}_R) \approx \frac{1-f}{n} \left[\sum_{i=1}^N \frac{(Y_i - RX_i)^2}{N-1} \right]$$

...7/-

15.
$$V(\hat{R}) \approx \frac{1-f}{n\bar{X}^2} \left[\frac{\sum(Y_i - RX_i)^2}{N-1} \right]$$
16.
$$V(\bar{y}_{lr}) = \frac{1-f}{n} S_y^2 (1 - \rho^2)$$
17.
$$b = \frac{\sum(y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{\sum(x_i - \bar{x})^2}$$
18.
$$V(\bar{y}_{sy}) = \frac{(N-1)S^2}{N} - \frac{k(n-1)}{N} S_{wsy}^2$$
19.
$$V(\bar{y}_{sy}) = \frac{1}{k} \sum (\bar{Y}_i - \bar{Y})^2$$
20.
$$V(\bar{y}_{sy}) = \frac{S^2}{n} \left(\frac{N-1}{N} \right) \left[1 + (n-1)\rho_w \right]$$
21.
$$V(\bar{y}_{sy}) = \frac{S_{wst}^2}{n} \left(\frac{N-n}{N} \right) \left[1 + (n-1)\rho_{wst} \right]$$

- ooo00ooo -