

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang 1992/93

Oktober/November 1992

MKT382 - Tinjauan Sampel dan Teknik Pensampelan

[Masa: 3 jam]

Jawab **LIMA** soalan sahaja. Semua soalan **mesti** dijawab dalam Bahasa Malaysia.

1. (i) Katakan $y_i, i = 1, 2, \dots, n$, adalah satu sampel rawak ringkas saiz n dari suatu populasi Y yang mengandungi N unit. Andaikan kita mahu menganggar $\bar{Y} = \sum_{i=1}^N Y_i/N$ menggunakan $\bar{y} = \sum_{i=1}^n y_i/n$. Tunjukkan

- (a) $E(y_i) = \bar{Y}$
(b) $\text{Var}(y_i) = \frac{N-1}{n} S^2$
(c) $\text{Cov}(y_i, y_j) = -\frac{S^2}{N}$

di mana
$$S^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(Y_i - \bar{Y})^2}{(N-1)}$$

- (d) menggunakan keputusan-keputusan yang diperolehi, deduksikan bahawa \bar{y} adalah penganggar saksama bagi \bar{Y} dan tentukan variannya.

(60/100)

- (ii) Dari satu longgokan yang mengandungi 1000 biji buah cempedak, satu sampel rawak ringkas saiz $n = 20$ telah diambil dan didapati 4 darinya adalah rosak. Carikan

- (a) anggaran jumlah buah cempedak yang rosak dalam longgokan itu,
(b) Ralat piawai bagi anggaran dalam (ii)a.
(c) Selang keyakinan 95% bagi Y_T , jumlah sebenar buah cempedak yang rosak dalam longgokan itu.

(40/100)

...2/-

2. (i) Suatu populasi Y yang mengandung N unit telah dibahagikan kepada k stratum yang tidak tindih menindih. Saiz stratum ke-i ialah N_i , $i = 1, 2, \dots, k$, dan $\sum_{i=1}^k N_i = N$. Satu sampel rawak ringkas saiz n_i diambil dari setiap stratum dan $\sum_{i=1}^k n_i = n$. Buktikan:

(a) min sampel $\bar{y} = \sum_{i=1}^k \frac{n_i \bar{y}_i}{n}$, pada umumnya adalah penganggar pincang bagi min populasi \bar{Y} kecuali $n_i/N_i = n/N$.

(b) min sampel rawak berstratum $\bar{y}_{st} = \sum_{i=1}^k \frac{N_i \bar{y}_i}{N}$, adalah penganggar saksama bagi min populasi \bar{Y} ,

(c)
$$\text{Var}(\bar{y}_{st}) = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^k N_i (N_i - n_i) \frac{S_i^2}{n_i}$$

di mana

\bar{y}_i ialah min sampel bagi stratum ke-i

$$\bar{Y} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{N_i} Y_{ij} / N$$

S_i^2 ialah varians sebenar bagi stratum ke-i.

(50/100)

(ii) Seorang pensampel mengusulkan untuk mengambil satu sampel rawak berstratum. Bentuk fungsi kosnya ialah $C = \sum_{i=1}^k c_i n_i$. Anggaran awal bagi beberapa kuantiti tertentu adalah seperti berikut:

...3/-

Stratum	W_i	S_i	c_i
1	0.4	10	\$ 4
2	0.6	20	\$ 9

- (a) Cari nilai n_1/n dan n_2/n yang meminimumkan jumlah kos untuk suatu nilai $V(\bar{y}_{st})$.
- (b) Cari saiz sampel yang diperlukan dengan menggunakan peruntukan di atas supaya $V(\bar{y}_{st}) = 1$. Abaikan pembetulan populasi terhingga.
- (c) Berapakah jumlah kos tinjauan itu? (50/100)
3. (i) Jika S_x^2 dan S_y^2 masing-masing menandakan varians populasi bagi X dan Y, dan $\rho_{XY} = S_{XY}/S_X S_Y$ menandakan korelasi antara X dan Y, di mana

$$S_{XY} = \frac{1}{(N-1)} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) .$$

tunjukkan $\text{Var}(\hat{Y}_R)$ lebih kecil daripada $\text{Var}(\bar{y})$ jika

$$\rho_{XY} > \frac{1}{2} R \frac{S_X}{S_Y} ,$$

di mana $R = \bar{Y}/\bar{X}$ dan \hat{Y}_R ialah penganggar nisbah bagi min populasi. (45/100)

- (ii) Satu kajian yang dijalankan terhadap 10 ekor binatang yang dipilih secara rawak menghasilkan maklumat yang berikut:

X(Berat Sebelum Rawatan)	13.2	13.0	12.9	12.8	13.1	13.0	14.2	13.9	12.8	12.9
Y(Berat Selepas Rawatan)	15.2	14.0	14.6	13.7	15.2	13.2	14.5	15.5	16.0	13.2

Jika $X_T = 1850$ lb. dan $N = 1200$.

...4/-

- (a) tentukan nilai b dalam persamaan regresi

$$\bar{y}_{\mathcal{L}_T} = \bar{y} + b(\bar{X} - \bar{x}).$$

- (b) dapatkan suatu anggaran bagi Y_T , jumlah sebenar bagi Y dan kirakan variansnya.

(55/100)

4. Seorang Penggawa Desa menerima banyak rungutan dari kalangan pelajar dan kakitangan tentang perkhidmatan kantin yang terdapat di Universiti Sains Malaysia (Kampus Induk). Rungutan-rungutan yang diterima merangkumi layanan, harga, kebersihan, kualiti makanan yang dijual dan lain-lain lagi. Untuk mendapat gambaran perkhidmatan sebenar, anda telah ditugaskan untuk menjalankan satu tinjauan. Rekabentukkan satu soalselidik untuk memperoleh maklumat yang relevan dengan objektif tinjauan anda. Nyatakan kaedah pengumpulan data yang anda gunakan dan sebab-sebab anda membuat pilihan itu.

(100/100)

5. (i) Dalam mengkaji fungsi paru-paru bagi sekumpulan 560 orang pekerja lombong arang batu, suatu anggaran nilai min bagi satu ukuran Y diperlukan. Satu sampel rawak ringkas bersaiz $n = 10$ orang pekerja telah dipilih dan nilai-nilai Y, y_i telah ditentukan oleh satu ujian. Tinggi pekerja-pekerja (X) dalam sampel itu telah juga dicatatkan dan berikut adalah data yang telah dikutip:

x_i	68	72	67	69	63	62	66	71	70	64
y_i	3.0	3.5	3.3	3.1	4.1	3.2	3.7	2.9	3.9	3.4

berdasarkan kepada rekod perubatan, min tinggi pekerja-pekerja lombong itu ialah $\bar{X} = 68.2$ inci. Dapatkan satu anggaran bagi \bar{Y}_R dan kirakan ralat piawainya.

(45/100)

- (ii) Andaikan Y_{ij} menandakan unit ke-j dalam sampel bersistem ke-i, $j = 1, 2, \dots, n$, $i = 1, 2, \dots, k$ dan $N = nk$. Jika

$$\bar{y}_{sy} = \bar{y}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n Y_{ij}$$

menandakan min sampel rawak bersistem, tunjukkan:

...5/-

- (i) \bar{y}_{sy} adalah penganggar saksama bagi min populasi \bar{Y} .
- (ii) $\text{Var}(\bar{y}_{sy}) = \frac{N-1}{N} S^2 - \frac{k(n-1)}{N} S_{wsy}^2$.
- (iii) Min sampel rawak bersistem lebih persis daripada min sampel rawak ringkas yang saiznya n jika hanya jika $S_{wsy}^2 > S^2$.

$$S_{wsy}^2 = \frac{1}{k(n-1)} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n (Y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2$$

$$S^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n (Y_{ij} - \bar{Y})^2$$

(55/100)

6. (i) Bincangkan dua dari yang berikut:

- (a) Pensampelan kuota.
- (b) Pensampelan berkelompok.
- (c) Ralat-ralat umum bagi banci dan tinjauan sampel.
- (d) Soalselidik mel sebagai kaedah pengumpul maklumat.

(40/100)

(ii) Ladang-ladang dalam sebuah negeri telah dibahagikan kepada lima stratum mengikut saiz. Pengeluaran per ladang bagi suatu jenis tanaman dianggar hasil dari keputusan satu tinjauan sampel. Dengan menggunakan tatatanda piawai, data bagi populasi tersebut adalah seperti berikut:

Stratum	N_i	$W_i = N_i/N$	\bar{Y}_i	S_i
1	40000	0.4	0.2	0.6
2	30000	0.3	0.8	2.0
3	24000	0.24	3.0	7.0
4	5800	0.058	18.0	30.0
5	200	0.002	50.0	250.0

- (a) Rekabentukkan suatu kaedah pensampelan untuk memperoleh suatu penganggar dengan varians minimum, diberi jumlah saiz sampel n ialah 2000.
- (b) Apakah varians min sampel berstratum bagi rekabentuk pensampelan sedemikian?

(60/100)

- ooo00ooo -