

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA  
Peperiksaan Semester Tambahan

Sidang 1988/89

Jun 1989

MKT342 - Pengiraan Kejuruteraan II

Masa: 3 Jam

Jawab SEMUA soalan.

1. (a) Berikan syarat untuk  $a, b, c, d, e, f, g, h, i$  supaya matriks

$$\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$$

merupakan matriks pepenjuru dominan tegas.

(10/100)

- (b) Bincangkan mengenai kaedah kuasa. Gunakan 4 lelaran kaedah tersebut untuk matriks

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Ambil  $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  sebagai vektor awalan.

(20/100)

- (c) Persamaan Parabolik

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

dianggarkan pada titik  $(p, q)$  oleh persamaan beza terhingga

$$\frac{u_{p,q+1} - u_{p,q}}{k} = \frac{u_{p-1,q} - 2u_{p,q} + u_{p+1,q}}{h^2}$$

Dengan menggunakan  $r = \frac{k}{h^2}$  sebagai parameter, bincangkan

mengenai kestabilan skema ini dengan menggunakan kaedah Von Neumann.

(35/100)

(d) Pertimbangkan masalah berikut

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \quad 0 < x < \frac{1}{2}, \quad 0 < y < \frac{1}{2}$$

$$u(0, y) = u(x, 0) = 0$$

$$u(x, 0.5) = 200x$$

$$u(0.5, y) = 200y$$

Dengan menggunakan kaedah beza terhingga  $O(h^2)$  dapatkan persamaan sistem linear yang terlibat, dengan menggunakan  $\delta x = \delta y = 0.125$ . Bincangkan bagaimana anda dapat menyelesaikannya.

(35/100)

2. (a) Dengan menulis terbitan  $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$  di dalam bentuk  $\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)$ , dapatkan suatu ungkapan beza terhingga  $O(h^2)$  untuk

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$$

(15/100)

(b) Jika

$$\frac{d^2 u}{dx^2} = \frac{-u_{i+2} + 16u_{i+1} - 30u_i + 16u_{i-1} - u_{i-2}}{12h^2} + O(h^4)$$

berikan ungkapan beza terhingga bagi  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ .

(20/100)

(c) Kaedah lelaran untuk menyelesaikan sistem persamaan linear boleh ditulis di dalam bentuk

$$\underline{x}^{n+1} = G\underline{x}^n + \underline{c}$$

yang mana  $G$  adalah matriks lelaran dan  $\underline{c}$  vektor jalur nilai yang diketahui. Tunjukkan bahawa lelaran akan menumpu jika jejari spektrum matriks  $G$  lebih kecil dari 1 ( $\rho(G) < 1$ ).

(35/100)

(d) Bincangkan mengenai kaedah tembak linear.

(30/100)

.../3

3. (a) Diberikan persamaan pembezaan

$$y''(x) = p(x)y'(x) + q(x)y(x) + r(x)$$

$$a < x < b, \quad y(a) = \alpha, \quad y(b) = \beta$$

- (i) Bagaimana kita dapat menentukan masalah tersebut mempunyai penyelesaian unik.
- (ii) Bincangkan kaedah penyelesaian untuk masalah tersebut.

(30/100)

(b) Fungsi  $u(x,t)$  menepati persamaan pembezaan separa

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 (xu)}{\partial x^2}, \quad 0 < x < \frac{1}{2}$$

dengan syarat awalan

$$u(x,0) = 1 + \cos \pi x, \quad 0 < x < \frac{1}{2}$$

dan syarat sempadan

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x}(0,t) &= -u(0,t) \\ \frac{\partial u}{\partial x}\left(\frac{1}{2},t\right) &= -\frac{1}{2}u\left(\frac{1}{2},t\right) \end{aligned} \right\} t > 0$$

Jika terbitan terhadap  $t$  menggunakan beza ke depan dan terbitan terhadap  $x$  menggunakan beza pusat, tunjukkan persamaan di atas boleh ditulis sebagai

$$u_{0,j+1} = (1 - 0.2r)u_{0,j}$$

$$u_{i,j+1} = r(i-1)u_{i-1,j} + (1-2ir)u_{i,j} + r(i+1)u_{i+1,j}, \quad i = 1, \dots, 4$$

$$u_{5,j+1} = 10r u_{4ij} + (1 - 10.6r)u_{5,j}$$

yang mana  $\delta t = k$ ,  $\delta x = h$ ,  $r = \frac{0.1k}{h^2}$ ,  $h = 0.1$ .

(40/100)

(c) Jika suatu matriks  $A \in M_{n \times n}$  dan  $\underline{x} \in R^n$ , maka norma asli matriks tersebut ditakrifkan sebagai

$$\|A\|_1 = \max_{\|\underline{x}\|_1 \neq 0} \frac{\|A\underline{x}\|_1}{\|\underline{x}\|_1}$$

Buktikan bahawa

$$\|A\|_1 = \max_{1 \leq j \leq n} \left\{ \sum_{i=1}^n |a_{ij}| \right\}$$

yang mana  $a_{ij}$  merupakan komponen matriks A tersebut.

(30/100)

- ooo00ooo -