

---

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

First Semester Examination  
2009/2010 Academic Session

November 2009

**MAT 251 – Introduction to Operations Research**  
***[Pengantar Penyelidikan Operasi]***

Duration : 3 hours  
*[Masa : 3 jam]*

---

Please check that this examination paper consists of ELEVEN pages of printed material before you begin the examination.

*[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi SEBELAS muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]*

**Instructions:** Answer **all eight** [8] questions.

**Arahan:** Jawab **semua lapan** [8] soalan.]

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

*[Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai].*

1. A company uses chemicals 1 and 2 to produce two drugs. Drug 1 must contain at least 70% chemical 1, and drug 2 must contain at least 60% chemical 2. Up to 40 litres of drug 1 can be sold at RM 6 per litre; up to 30 litres of drug 2 can be sold at RM 5 per litre. Up to 45 litres of chemical 1 can be purchased at RM 6 per litre, and up to 40 litres of chemical 2 can be purchased at RM 4 per litre. Formulate an LP that can be used to maximize the company's profits.

[10 marks]

2. Given the following linear programming,

$$\begin{array}{llll}
 \text{Maximize} & Z = 20x_1 + 35x_2 & & \text{[Profit]} \\
 \\ 
 \text{Subject to} & 3x_1 + 5x_2 & \leq & 150 \quad \text{(Resource 1)} \\
 & -2x_1 + 4x_2 & \leq & 60 \quad \text{(Resource 2)} \\
 & 9x_1 - 6x_2 & \geq & 126 \quad \text{(Resource 3)} \\
 & x_1 & \leq & 70 \quad \text{(Resource 4)}
 \end{array}$$

$$\text{where } x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

- (i) Solve the problem graphically.
- (ii) Which are the binding and non-binding constraints?
- (iii) State the status of each resources whether they are scarce or surplus?
- (iv) What is the shadow price of resource 1?
- (v) Find the range for resource 1 that will not affect the optimum solution found in (i).
- (vi) If the profit per unit of  $x_1$  changes by  $\delta$ , find the range for  $\delta$  that will not affect the optimum solution found in (i).

[20 marks]

1. Sebuah syarikat menggunakan kimia 1 dan 2 untuk menghasilkan dua jenis ubat. Ubat 1 mengandungi sekurang-kurangnya 70% kimia 1, dan ubat 2 mengandungi sekurang-kurangnya 60% kimia 2. Sebanyak 40 liter ubat 1 boleh dijual dengan harga RM6 seliter dan sebanyak 30 liter ubat 2 boleh dijual dengan harga RM5 seliter. Sebanyak 45 liter kimia 1 boleh dibeli dengan harga RM6 seliter dan sebanyak 40 liter kimia 2 boleh dijual dengan harga RM4 seliter. Rumuskan masalah ini sebagai suatu model pengaturcaraan linear untuk memaksimumkan keuntungan syarikat.

[10 markah]

2. Diberikan suatu masalah pengaturcaraan linear seperti berikut:

$$\text{Maksimumkan } Z = 20x_1 + 35x_2 \quad [\text{Keuntungan}]$$

$$\begin{array}{rcll} \text{Terhadap} & 3x_1 & + & 2x_2 & \leq & 150 & \text{Sumber 1} \\ & -2x_1 & + & 4x_2 & \leq & 60 & \text{Sumber 2} \\ & 9x_1 & - & 6x_2 & \geq & 126 & \text{Sumber 3} \\ & x_1 & & & \leq & 70 & \text{Sumber 4} \end{array}$$

$$\text{dengan } x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$

- (i) Selesaikan masalah ini dengan secara graf.
- (ii) Kekangan manakah yang terikat dan yang tidak terikat?
- (iii) Nyatakan status semua sumber sama ada ia berkurangan atau berlebihan.
- (iv) Dapatkan harga bayangan bagi sumber 1.
- (v) Dapatkan julat bagi sumber 1 dengan tidak menjejaskan penyelesaian optimum di (i).
- (vi) Sekiranya keuntungan seunit produk A berubah sebanyak  $\delta$ , dapatkan julat bagi  $\delta$  yang tidak akan menjejaskan penyelesaian optimum di (i).

[20 markah]

3. Consider the problem

$$\text{Minimize } Z = 4x_1 + 7x_2 + 6x_3$$

$$\begin{aligned} \text{Subject to } & 3x_1 + 5x_2 + x_3 \geq 20 \\ & 2x_1 + \quad + 4x_3 \geq 15 \end{aligned}$$

$$\text{where } x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

Using the M- method, show one iteration in getting the optimal solution.

[10 marks]

4. Consider the following LP

$$\text{Maximize } Z = 4x_1 + x_2 + 2x_3$$

$$\begin{aligned} \text{Subject to } & 8x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 2 && \text{Resource 1} \\ & 6x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 8 && \text{Resource 2} \end{aligned}$$

$$\text{where } x_1, x_2 \text{ and } x_3 \geq 0$$

and its optimal tableau

Basic	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	Solution
Z	8	1	0	0	2	16
$s_1$	2	2	0	1	-1	4
$x_3$	6	1	1	0	1	8

- (i) What is the optimal solution and value of Z?
- (ii) What is the status of each resource (binding, non-binding, scarce or surplus)?
- (iii) What are the shadow prices of the resources?
- (iv) How much can resource 1 change without affecting the solution above?
- (v) How much can the unit profit of product 3 change without affecting the solution above?
- (vi) Find the range of the per unit profit of  $x_1$  for which the current basis remains optimal.

[15 marks]

3. Pertimbangkan masalah berikut,

$$\text{Minimumkan } Z = 4x_1 + 7x_2 + 6x_3$$

$$\begin{aligned} \text{Terhadap } & 3x_1 + 5x_2 + x_3 \geq 20 \\ & 2x_1 + \quad + 4x_3 \geq 15 \end{aligned}$$

$$\text{dengan } x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

Dengan menggunakan kaedah-M, tunjukkan satu lelaran ke arah menyelesaikan masalah ini.

[10 markah]

4. Pertimbangkan masalah PL berikut,

$$\text{Maksimumkan } Z = 4x_1 + x_2 + 2x_3$$

$$\begin{aligned} \text{Terhadap } & 8x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 2 && \text{Sumber 1} \\ & 6x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 8 && \text{Sumber 2} \end{aligned}$$

$$\text{Dengan } x_1, x_2 \text{ dan } x_3 \geq 0$$

Tablo optimumnya ialah,

Asas	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	Penyelesaian
Z	8	1	0	0	2	16
$s_1$	2	2	0	1	-1	4
$x_3$	6	1	1	0	1	8

- (i) Apakah penyelesaian optimum dan nilai Z?
- (ii) Apakah status setiap sumber (terikat, tak terikat, berkurangan atau berlebihan)?
- (iii) Berpakah harga bayangan setiap sumber?
- (iv) Berpakah amaun sumber 1 boleh berubah tanpa menjejaskan penyelesaian di atas?
- (v) Berpakah keuntungan seunit produk 3 boleh berubah tanpa menjejaskan penyelesaian yang didapati di atas?
- (vi) Cari julat keuntungan seunit  $x_1$  supaya penyelesaian asas optimum semasa kekal.

[15 markah]

5. The cost of transportation from factory 1, 2, 3 to warehouse A, B, C, D (in thousand RM) and the amount of the supply and demand (in million units) are shown in the following table.

Factory	Warehouse				Supply
	A	B	C	D	
1	5	15	10	12	30
2	11	8	7	21	35
3	10	11	7	15	35
Demand	25	22	28	25	

- Solve the problem by using the transportation method so that the total cost of transportation can be minimized. What is the minimum total cost?
- Find the range for  $C_{11}$ , which is the cost of transportation from Factory 1 to Warehouse A so that the solution found in (a) remains optimal.
- Find the range for  $C_{13}$ , which is the cost of transportation from Factory 1 to Warehouse C so that the solution found in (a) remains optimal.
- Get the new solution if the supply from Factory 3 and demand at Warehouse B increase by 2 (million units).
- Get the new solution if the supply from Factory 2 and demand at Warehouse C increase by 3 (million units).

[15 marks]

6. A company has five workers. On a particular day, four tasks are scheduled to be completed. A **profit** is estimated for each worker-job combination and is shown in the following table. Unassignable worker to job is given as a '-'. ' - ' - '.

Worker	Job			
	1	2	3	4
A	7	5	3	6
B	4	-	7	5
C	8	5	8	9
D	5	6	4	-
E	9	4	5	3

Determine the assignment of worker to job that maximizes the profit of the company.

What is the company's maximum profit and which worker is not assigned to any job?

[10 marks]

5. Kos pengangkutan (dalam ribu RM) dari kilang 1, 2, 3 ke gudang serta A, B, C, D amaun bekalan dan permintaannya (dalam juta unit) ditunjukkan di dalam jadual berikut.

Kilang	Gudang				Bekalan
	A	B	C	D	
1	6	15	10	12	30
2	11	8	7	21	35
3	10	11	7	15	35
Permintaan	25	22	28	25	

- (a) Selesaikan masalah ini menggunakan kaedah pengangkutan supaya jumlah kos dapat diminimumkan. Berapakah jumlah kos yang minimum?
- (b) Dapatkan julat bagi  $C_{11}$ , iaitu kos pengangkutan dari Kilang 1 ke Gudang A supaya penyelesaian yang didapati di (a) kekal optimum.
- (c) Dapatkan julat bagi  $C_{13}$ , iaitu kos pengangkutan dari Kilang 1 ke Gudang C supaya penyelesaian yang didapati di (a) kekal optimum.
- (d) Dapatkan penyelesaian baru jika bekalan di Kilang 3 dan permintaan di Gudang B meningkat sebanyak 2.
- (e) Dapatkan penyelesaian baru jika bekalan di Kilang 2 dan permintaan di Gudang C meningkat sebanyak 3.

[15 markah]

6. Sebuah syarikat mempunyai lima orang pekerja. Pada suatu hari, empat tugas perlu dilaksanakan. **Keuntungan** bagi setiap pekerja-tugas telah dianggarkan dan ia ditunjukkan di dalam jadual berikut. Tugas yang tidak boleh dilaksanakan oleh pekerja ditandakan '-'. .

Pekerja	Tugas			
	1	2	3	4
A	7	5	3	6
B	4	-	7	5
C	8	5	8	9
D	5	6	4	-
E	9	4	5	3

Tentukan suatu umpukan pekerja-tugas yang akan memaksimumkan keuntungan syarikat. Berpakah keuntungan maksimum syarikat dan pekerja manakah yang tidak diberikan sebarang tugas?

[10 markah]

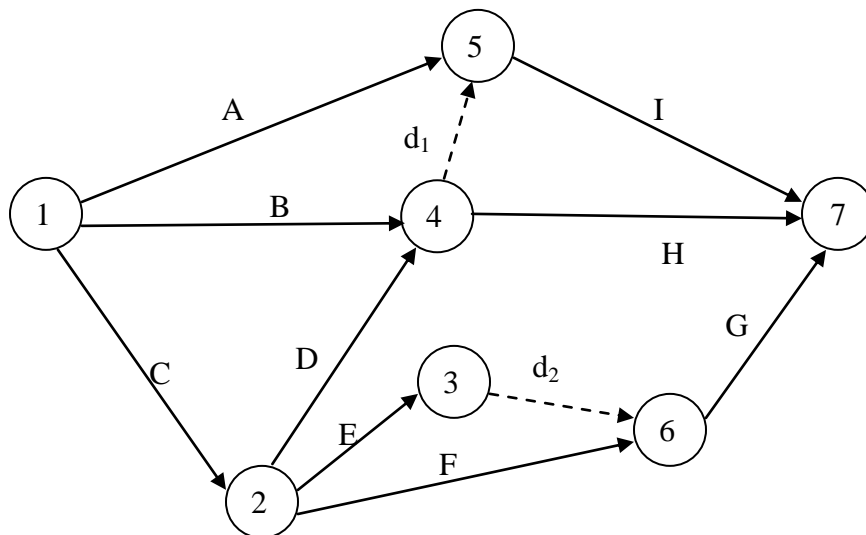
7. Consider the list of activities and its predecessors that are involved in doing a project.

Activity	Precedence Activities	Duration (days)
A	-	5
B	-	4
C	-	7
D	-	6
E	A, C, D	8
F	B	7
G	C, F	5
H	E	4
I	E	7
J	H, I	6

- (a) Draw the project network diagram.  
 (b) Show the critical path of the project and give the shortest time to complete it.  
 (c) List the critical activities.

[10 marks]

8. The network diagram below represents a project.





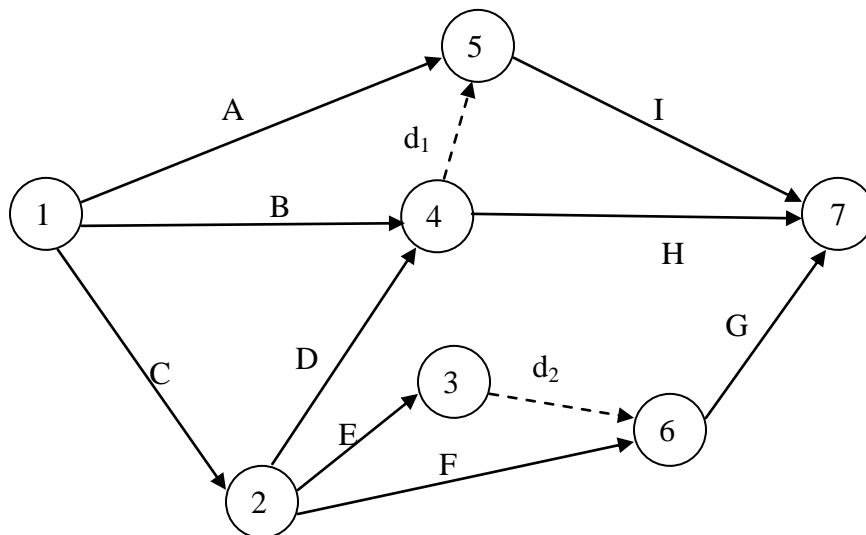
7. Pertimbangkan senarai kegiatan dan kegiatan pendahulu untuk membuat suatu projek.

Kegiatan	Kegiatan Pendahulu	Jangkamasa (hari)
A	-	5
B	-	4
C	-	7
D	-	6
E	A, C, D	8
F	B	7
G	C, F	5
H	E	4
I	E	7
J	H, I	6

- (a) Lakarkan gambarajah aliran projek ini.  
 (b) Tunjukkan lintasan genting projek ini dan berikan masa terpendek menyiapkannya.  
 (c) Senaraikan kegiatan-kegiatan yang genting.

[10 markah]

8. Gambarajah rangkaian berikut mewakili suatu projek:



The normal and crash durations, and the normal and crash costs are given as follows:

Activity	Duration (days)		Cost (RM)	
	Normal	Crash	Normal	Crash
A	6	4	100	150
B	4	3	90	120
C	5	4	150	180
D	4	3	180	250
E	6	4	200	300
F	7	5	180	240
G	8	6	120	200
H	10	7	100	180
I	7	5	200	300

The indirect cost per day is RM100. The contract agreement states that there is a penalty cost of RM120 per day if the project is completed later than 19 days and there is a bonus of RM150 per day if it is completed earlier than 19 days.

- (i) Determine all possible critical paths.
- (ii) List all of the critical activities.
- (iii) Determine the minimum total cost for the project.
- (iv) Perform just **two** iterations to crash the project. Show the total cost for each iteration.

[10 marks]

*Jangkamasa biasa dan nahas, serta kos biasa dan nahas bagi setiap kegiatan diberikan seperti berikut:*

<i>Kegiatan</i>	<i>Jangkamasa (hari)</i>		<i>Kos Langsung (RM)</i>	
	<i>Biasa</i>	<i>Nahas</i>	<i>Biasa</i>	<i>Nahas</i>
<i>A</i>	6	4	100	150
<i>B</i>	4	3	90	120
<i>C</i>	5	4	150	180
<i>D</i>	4	3	180	250
<i>E</i>	6	4	200	300
<i>F</i>	7	5	180	240
<i>G</i>	8	6	120	200
<i>H</i>	10	7	100	180
<i>J</i>	7	5	200	300

*Kos tak langsung projek ialah RM100 sehari. Ternyata di dalam perjanjian kontrak bahawa denda sebanyak RM120 sehari dikenakan jika projek ini siap lewat daripada 19 hari dan ditawarkan bonus sebanyak RM150 sehari jika ia siap awal daripada 19 hari.*

- (i) Tentukan semua lintasan genting yang mungkin.*
- (ii) Senaraikan kesemua kegiatan genting.*
- (iii) Tentukan jumlah kos minimum projek ini.*
- (iv) Lakukan **dua** lelaran pemampatan bagi projek ini. Berikan jumlah kos projek bagi setiap lelaran.*

*[10 markah]*

**- 000 O 000 -**