

---

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Kursus Semasa Cuti Panjang  
Sidang Akademik 2000/2001

April/Mei 2001

**MAA 111 – Aljabar Linear**

Masa : 3 jam

---

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **EMPAT** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **SEMUA EMPAT** soalan.

...2/-

1. (a) Diberi matriks

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 20 & 30 \\ 12 & -13 \end{bmatrix}$$

- Cari (i)  $6A + 7B$  (ii)  $AB$

(20/100)

- (b) (i) Diberi matriks  $A = (a_{ij})_{n \times n}$ . Tunjukkan bahawa  $A + A^T$  adalah simetri dan  $A - A^T$  adalah simetri pencong.

- (ii) Dapatkan satu matrik simetri  $S$  dan satu matrik simetri pencong  $P$  sedemikian hingga

$$S + P = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

(40/100)

- (c) Diberi matriks  $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ .

- (i) Dapatkan semua matriks  $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$  sedemikian hingga  $AB = BA$ .

- (ii) Dapatkan satu matriks  $A = (a_{ij})_{3 \times 3}$  sedemikian hingga  $A^2 = B$ .

(40/100)

2. (a) Diberi matriks

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Dapatkan (i)  $A^{-1}$ , (ii)  $\text{adj } A$

(30/100)

...3/-

(b) Nilaiikan penentu-penentu berikut:

$$(i) \begin{vmatrix} 1 & 4 & 0 \\ -1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} \qquad (ii) \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 & 0 \\ 0 & 1 & a & a^2 \\ a^2 & 0 & 1 & a \\ a & a^2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

(30/100)

(c) (i) Cari syarat-syarat bagi  $a$  supaya sistem persamaan berikut konsisten

$$ax + y + z = 1$$

$$x + ay + z = 1$$

$$x + y + az = 1$$

(ii) Dapatkan penyelesaian bagi sistem persamaan bahagian (i).

(40/100)

3. (a) Bagi setiap bahagian berikut, tentukan sama ada subset yang diberi itu merupakan subruang bagi  $R^3$ .

$$(i) S = \{(a, b, c) \mid a + b + c = 0 \text{ dan } a, b, c \in R\}$$

$$(ii) T = \{(a, b, c) \mid a + b + c = 1 \text{ dan } a, b, c \in R\}$$

(20/100)

(b) Tentukan sama ada set  $V = \left\{ \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \mid x, y \in R \right\}$  bersama dengan operasi penambahan dan pendaraban skalar berikut merupakan suatu ruang vektor:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 + x_2 \\ y_1 + y_2 \end{bmatrix}$$

$$\alpha \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$$

(10/100)

...4/-

- (c) Diberi vektor  $v = (1, 2, 3, 4)$ ,  $u_1 = (1, 1, 1, -1)$ ,  $u_2 = (1, 1, -1, 1)$ ,  $u_3 = (1, -1, 1, 1)$ , dan  $u_4 = (-2, 3, 4, 5)$ . Adakah  $v$  di dalam subruang yang direntangi oleh  $\{u_1, u_2, u_3\}$ . Adakah set  $\{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  merentangi  $R^4$ .

(40/100)

- (c) Diberi matriks

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 2 & 6 & -3 & -3 \\ 3 & 10 & -6 & -5 \end{bmatrix}$$

- (i) Apakah ruang nol  $n(A)$  bagi  $A$ ?  
 (ii) Cari suatu asas dan dimensi  $n(A)$ .  
 (iii) Dapatkan suatu asas ruang baris  $A$  dan suatu asas ruang lajur  $A$ .

(30/100)

4. (a) Diberi vektor  $u_1 = (1, 4, 5)$ ,  $u_2 = (2, 6, 7)$ ,  $u_3 = (3, 10, 12)$  dan  $u_4 = (12, 14, 16)$ . Cari suatu subset dari  $\{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  yang tidak bersandar linear dan merentangi ruang vektor yang direntangi oleh set  $\{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ .

(20/100)

- (b) Diberi matriks

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

- (i) Cari semua nilai eigen bagi  $A$  dan suatu asas setiap ruang eigen.  
 (ii) Terangkan mengapa  $A$  terpepenjuran. Dapatkan suatu matriks tak singular  $P$  dan suatu matriks pepenjuru  $D$  sedemikian hingga  $P^{-1}AP = D$ .

(30/100)

- (c) Nyatakan teorem Cayley-Hamilton dan ilustrasikan dengan menggunakan matriks

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

(20/100)