UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Tambahan

Sidang 1988/89

Jun 1989

MKT341/
MKT242 - Pengiraan Kejuruteraan I

Masa: 3 Jam

Jawab EMPAT soalan.

1. (a) Terangkan maksud "penumpuan linear" dan "penumpuan kuadratik" bagi proses pelelaran.

Tentukan sama ada Kaedah Newton untuk suatu punca ganda dua (iaitu, $f(r) = f'(r) = 0$, r adalah punca):

$$x_{n+1} = x_n - 2\frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

menumpu secara linear atau kuadratik.

(40/100)

(b) Tulis suatu program Turbo Pascal atau FORTRAN untuk melaksanakan Kaedah Newton bagi persamaan tak linear

$$x^3 - 5x^2 + 7x = 3$$

yang mempunyai satu punca ganda dua. Gunakan rumus di dalam (a) di atas. Anggapkan bahawa $x_o = 0.5$ dan kejituan 4 tempat perpuluhan dikehendaki.

Bincangkan tiga kriteria berhenti yang boleh digunakan di dalam program komputer untuk menentukan punca persamaan tak linear $f(x) = 0$.

(60/100)

2. Apakah yang dimaksudkan oleh "interpolasi"? Terangkan mangapa polinomial dipilih untuk menjalankan proses interpolasi?

Diberikan jadual berikut untuk fungsi $f(x) = \log x$

x	f(x)
100	2.0000
105	2.0212
110	2.0414
115	2.0607
120	2.0792
125	2.0969

Anggarkan nilai log 102 dengan menggunakan rumus beza ke depan Newton-Gregory P_3.

Anggarkan ralat yang terlibat.

Apakah interpolasi songsang? Anggarkan nilai x_s jika $f(x_s) = 2.03350$. Jalankan tiga lelaran.

(100/100)

3. (a) Anggarkan bilangan subselang n yang diperlukan jika petua trapezium terperluas digunakan untuk menilaikan kamiran

$$\int_0^2 \cos x \, dx$$

dengan $|\text{ralat}| \leq 10^{-6}$.

(25/100)

(b) Terangkan apakah rumus-rumus pengamiran Newton-Cotes. Dapatkan rumus pertamanya bersama dengan sebutan ralat tempatan yang sepadan.

(45/100)

(c) Terangkan kaedah ekstrapolasi Richardson dan kaedah Pengamiran Romberg.

(30/100)

4. Terangkan apakah "kaedah peramal-pembetul" dan "kaedah multi-langkah".

Berikan tafsiran geometri bagi kaedah Euler dan kaedah Euler Terubahsuai.

Pertimbangkan masalah nilai awal

$$y' = 1 - x + y, \qquad y(0) = 1$$

Gunakan kaedah Euler untuk memperolehi penyelesaiannya pada selang [0, 1.5] dengan saiz langkah $h = 0.5$. Gunakan sekurang-kurangnya 4 tempat perpuluhan di dalam pengiraan anda.

Tulis suatu program lengkap di dalam bahasa Pascal atau FORTRAN untuk menyelesaikan masalah di atas pada selang [0,10] dengan $h = 0.1$ jika kaedah Euler digunakan.

(100/100)

5. (a) Takrifkan nombor suasana Cond(A) untuk suatu matriks A. Kirakan Cond(A) ini untuk matriks berikut

$$A = \begin{bmatrix} 0.780 & 0.560 \\ 0.913 & 0.659 \end{bmatrix}$$

Jika matriks ini merupakan matriks koefisien untuk suatu sistem persamaan linear $Ax = b$, adakah sistem ini bersuasana tak sihat? Terangkan.

Jika sebelah kanan sistem $Ax = b$ mempunyai ralat δb, dapatkan perhubungan berikut:

$$\frac{\| e \|}{\| x \|} \leqslant \text{Cond}(A) \frac{\| \delta b \|}{\| b \|}$$

dengan e sebagai ralat di dalam penyelesaian x.

Apakah maklumat yang dapat dideduksikan daripada perhubungan ini?

(60/100)

(b) Terangkan bagaimana skema lelaran yang sesuai bagi kaedah Gauss-Seidel

$$x^{(m+1)} = \beta + \alpha\, x^{(m)}$$

untuk penyelesaian sistem linear $Ax = b$ boleh diperolehi. α adalah suatu matriks dan β suatu vektor. Jika jujukan hampiran $\{x^{(m)}\}$ menumpu, buktikan bahawa had jujukan ini merupakan penyelesaian bagi sistem asal $Ax = b$.

Tunjukkan bahawa kaedah Gauss-Seidel boleh digunakan untuk menyelesaikan sistem berikut

$$\begin{aligned} x_1 + 10x_2 + x_3 &= -5 \\ -x_1 - x_2 + 10x_3 &= 29 \\ 10x_1 - x_2 - x_3 &= 18 \end{aligned}$$

Kemudian selesaikannya dengan menjalankan 3 lelaran dengan hampiran awal (1,1,1).

(40/100)

- oooOOooo -

Rumus-Rumus

1. $$x_i^{(m+1)} = \frac{b_i}{a_{ii}} - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{a_{ij}}{a_{ii}} x_j^{(m+1)} - \sum_{j=i+1}^{n} \frac{a_{ij}}{a_{ii}} x_j^{(m)}$$
$m = 0, 1, 2, 3, \ldots$

2. $$P_n(x) = f_0 + \binom{s}{1} \Delta f_0 + \binom{s}{2} \Delta^2 f_0 + \ldots + \binom{s}{n} \Delta^n f_0 + \binom{s}{n+1} h^{n+1} f^{(n+1)}(\xi)$$

3. $$P_n(x) = f_0 + \binom{s}{1} \Delta f_{-1} + \binom{s+1}{2} \Delta^2 f_{-2} + \binom{s+2}{3} \Delta^3 f_{-3} + \binom{s+3}{4} \Delta^4 f_{-4} + \ldots$$

4. $$P_n(x) = f_0 + \binom{s}{1} \Delta f_0 + \binom{s}{2} \Delta^2 f_{-1} + \binom{s+1}{3} \Delta^3 f_{-1} + \binom{s+1}{4} \Delta^4 f_{-2} + \ldots$$

5. $$L_n(x) = \sum_{i=0}^{n} f_i \, \ell_i(x) \text{ dengan } \ell_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n} \left(\frac{x - x_j}{x_i - x_j}\right), \quad 0 \leq i \leq n.$$

6. $$f'(x_0) = \frac{1}{h} \left(\Delta f_0 - \tfrac{1}{2}\Delta^2 f_0 + \frac{1}{3}\Delta^3 f_0 + \ldots + \frac{(-1)^{n+1}}{n} \Delta^n f_0\right) + \frac{(-1)^n}{n+1} h^n f^{(n+1)}(\xi)$$

7. $$Q = F(h) + Ch^n + O(h^m)$$
$$Q \simeq \frac{r^n F(h) - F(h_b)}{r^n - 1}, \quad h_b = rh \quad (r > 1)$$

8. Ralat sejagat petua trapezium
$$= -\frac{1}{12} (b - a) h^2 f''(\xi)$$

9. $$\int_a^b f(x)dx = \frac{1}{3} h (f_1 + 4f_2 + 2f_3 + 4f_4 + 2f_5 + \ldots + 2f_{n-1} + 4f_n + f_{n+1}) - \frac{(b-a)}{180} h^4 f^{(4)}(\xi)$$

10. $$\int_a^b f(x)dx = \frac{3}{8} h (f_1 + 3f_2 + 3f_3 + 2f_4 + 3f_5 + 3f_6 + \ldots + 2f_{n-2} + 3f_{n-1} + 3f_n + f_{n+1}) - \frac{(b-a)}{80} h^4 f^{(4)}(\xi)$$

11. $$y_{n+1} = y_n + (K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4)/6.0$$
$$K_1 = hf(x_n, y_n)$$
$$K_2 = hf(x_n + \tfrac{1}{2}h, y_n + \tfrac{1}{2}K_1)$$
$$K_3 = hf(x_n + \tfrac{1}{2}h, y_n + \tfrac{1}{2}K_2)$$
$$K_4 = hf(x_n + h, y_n + K_3)$$

.../2

12. $y_{n+1} = y_n + \frac{h}{12}(23f_n - 16f_{n-1} + 5f_{n-2})$

13. $y_{n+1} = y_n + \frac{h}{24}(55f_n - 59f_{n-1} + 37f_{n-2} - 9f_{n-3})$

$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{24}(9f_{n+1} + 19\ f_n - 5f_{n-1} + f_{n-2})$