

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Tambahan
Sidang 1993/94

Jun 1994

MKT 261 - KAEDAH STATISTIK GUNAAN

Masa : 3 jam

Jawab semua lima soalan. Soalan-soalan mesti dijawab di dalam Bahasa Malaysia.

Sifir New Cambridge Elementary Statistical Table disediakan.

Satu set lampiran dikepilkan. (Lampiran 1 - Lampiran 6)

Alat penghitung "non - programmable" boleh digunakan. Ia disediakan oleh pelajar diri sendiri.

1. (a) Jika S^2 ialah varians tergembling bagi dua sampel yang tak bersandar yang diambil dari dua populasi yang variansnya sepunya σ^2 , buktikan bahawa S^2 adalah penganggar saksama bagi σ^2 .

(30/100)

- (b) Yang berikut ialah maklumat 2 sampel yang tak bersandar, yang diambil dari 2 populasi normal.

sampel	n	\bar{X}	$\Sigma(X_i - \bar{X})^2$
I	14	23	937.5
II	12	26	1287.4

- (i) ujikan hipotesis bahawa variansnya 2 populasi itu sama. $\alpha = 0.05$.
- (ii) ujikan hipotesis bahawa min populasi itu sama. $\alpha = 0.05$.

(40/100)

.../2

- (c) Suatu populasi bertaburan Bernonlli dengan parameter kejayaan p . Suatu sampel yang saiz 19 diambil dan didapati 13 daripadanya adalah kejayaan. Ujikan hipotesis

$$H_0 = p = 0.6 ;$$

$$\text{berlawanan } H_1 = p > 0.6 ,$$

Gunakan cara nilai P.

(30/100)

2. (a) Di dalam satu analisis regresi linear Y ke atas X,

X	19	20	22	25	27
Y	7.4	9.5	11.7	10.3	13.4

- (i) Cari persamaan ramalan garis lurus regresi. Apakah nilai ramalan apabila $x = 23$?
- (ii) Cari anggaran untuk varians bagi Y, iaitu cari anggaran bagi σ^2 di dalam model.
- (iii) Dapatkan selang ramalan 95% bagi suatu cerapan Y apabila $x = 30$.
- (iv) Ujikan keertian regresi linear ini. Gunakan $\alpha = 0.05$.
- (v) Cari nilai r^2 , pekali penentuan.

(70/100)

- (b) Sekeping duit syiling terus dilambungkan sehingga kepala muncul untuk kali yang pertama. Bilangan percubaan x (sehingga kepala muncul untuk kali yang pertama) dicatat. Percubaan itu diulangkan 150 kali, dan datanya seperti yang berikut :

.../3

X	1	2	3	4	5	6	7 dan ke atas
frekuensi	70	40	21	9	2	2	6

Ujikan hipotesis bahawa duit syiling itu adalah adil. Gunakan $\alpha = 0.05$.

(30/100)

3. Persatuan Pengguna Pulau Pinang ingin mengetahui masa hayat 5 jenama bateri (untuk lampu suluh) adalah sama atau tidak. Datanya :

Jenama	Masa hayat (jam)				Jumlah
I	21.4	17.7	20.4	19.2	78.3
II	24.0	26.2	21.2	26.1	97.5
III	27.4	35.2	31.2	28.2	122.0
IV	17.1	18.1	18.5	16.7	70.4
V	36.5	33.9	26.9	27.0	124.0

$$\sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^4 Y_{ij}^2 = 12867.69$$

- Dapatkan jadual analisis variansnya. Nyatakan sebarang anggapan yang anda gunakan.
- Adakah terdapat perbezaan yang bererti di antara lima jenama bateri ini tentang masa hayatnya? Gunakan $\alpha = 0.05$.
- Jika terdapat perbezaan yang bererti di dalam masa hayat 5 jenama bateri ini, gunakan ujian berganda Duncan untuk mengetahui masa hayat-masa hayat yang berbeza secara bererti. Gunakan $\alpha = 0.05$.

(100/100)

.../4

4. (a) Seorang ahli kimia ingin menguji kesan empat bahan kimia terhadap kekuatan sejenis kain tertentu. Oleh sebab mungkin terdapat ubahan di antara gulung kain tersebut, ahli kimia tersebut menggunakan satu rekabentuk blok rawakan dengan gulung kain diambil sebagai blok. Didapati datanya adalah seperti yang berikut :

Gulung Kain

Bahan Kimia	1	2	3	4
I	85.2	86.4	84.3	84.6
II	63.5	64.7	65.8	62.6
III	69.7	74.9	80.4	76.5
IV	78.2	76.4	84.2	80.3

- (i) Dapatkan jadual analisis variansnya.
- (ii) Adakah terdapat perbezaan yang bererti di antara empat bahan kimia ini terhadap kekuatan kain ini? Gunakann $\alpha = 0.05$.

Nyatakan semua anggapan yang anda telah gunakan.

- (iii) Katakan Bahan Kimia I merupakan bahan kimia yang standard digunakan, dan sebelum eksperimen dijalankan, kita telah merancang untuk membandingkan Kimia I dengan bahan-bahan kimia yang lain. Dapatkan satu set kontras ortogon yang membolehkan kita untuk menjalankan perbandingan tersebut di atas.
- (iv) Adakan terdapat kontras yang bererti. Gunakan $\alpha = 0.05$.

(70/100)

- (b) Empat sampel yang tak bersandar di ambil masing-masing dari empat populasi dan didapati

sampel	saiz sampel	$S^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{(n - 1)}$
1	20	661.84
2	9	870.64
3	10	946.03
4	7	1068.47

.../5

Gunakan ujian Bartlett untuk menguji hipotesis bahawa varians bagi empat populasi ini adalah sama.

(30/100)

5. (a) Kesan bagi empat mangkin yang berlainnan (A, B, C, D) terhadap waktu tindak balas bagi suatu proses kimia ingin dikaji. Setiap kelompok bahan hanya boleh membuat empat larian sahaja. Lagipun, setiap larian memerlukan masa lebih kurang 2 jam; jadi hanya empat larian sahaja boleh dibuat di dalam sehari. Pengujikaji itu menjalankan ujikaji itu sebagai satu rekabentuk segi empat Latin supaya kesan hari dan kelompok boleh dikawal secara sistematik. Datanya adalah seperti ditunjukkan :

kelompok	Hari			
	1	2	3	4
1	A = 8	B = 7	C = 10	D = 4
2	B = 4	C = 8	D = 2	A = 8
3	C = 11	D = 4	A = 7	B = 6
4	D = 6	A = 9	B = 3	C = 7

- (i) Dapatkan jadual analisisnya.
- (ii) Adakah terdapat perbezaan di antara empat mangkin yang berlainan ini. Gunakan $\alpha = 0.05$.

(50/100)

- (b) Hasil bagi suatu proses kimia sedang dikaji. Dua faktor yang dianggap terpenting ialah kepadatan dan suhu prosesnya. Tiga aras dari setiap faktor diambil, dan satu ujikaji faktor dengan dua replika dijalankan. Yang berikut ialah datanya :

Kepadatan	Suhu		
	Rendah	Pertengahan	Tinggi
Rendah	11.2	10.3	11.4
	12.3	11.4	11.2
Pertengahan	10.8	9.3	10.2
	10.1	10.7	10.9
Tinggi	8.2	8.9	10.8
	9.3	11.3	10.6

.../6

- (1) Adakah terdapat perbezaan bererti di antara kepadatan-kepadatan? Gunakan $\alpha = 0.05$.
- (2) Adakah terdapat perbezaan yang bererti di antara suhu-suhu yang berlainan? Gunakan $\alpha = 0.05$.
- (3) Adakah terdapat kesan saling tindak yang bererti? Gunakan $\alpha = 0.05$.
- (4) Nyatakan anggapan-anggapan yang telah digunakan di dalam (1), (2), (3).

(50/100)

- ooo000ooo -

BERBAGAI RUMUS (Tatatanda seperti di dalam nota kuliah)

- 1.
- Dua sampel tak bersandar
- (
- $n_1 < 25$
- atau
- $n_2 < 25$
-)

$$s_p^2 = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x})^2 + \sum_j (y_j - \bar{y})^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$= \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

- 2.
- Sampel berpasangan

$$s_d^2 = \frac{\sum_i (d_i - \bar{d})^2}{n - 1}$$

$$= \frac{\sum_i d_i^2 - \frac{(\sum_i d_i)^2}{n}}{n - 1}$$

- 3.
- Analisis varian satu hala

$$SST = \sum_i \sum_j y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$SSA = \sum_i \frac{y_{i.}^2}{n_i} - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$SSE = SST - SSA$$

$$\text{Bagi sebarang kontras } L = \sum_i c_i y_{i.}$$

$$SSL = \frac{(\sum_i c_i y_{i.})^2}{(n \sum_i c_i^2)}$$

4. Rekabentuk blok rawakan

$$SST = \sum_i \sum_j y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$SSA = \sum_i \frac{y_{i.}^2}{b} - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$SSB = \sum_j \frac{y_{.j}^2}{a} - \frac{y_{..}^2}{N}$$

$$SSE = SST - SSA - SSB$$

5. Rekabentuk segiempat sama Latin

$$SST = \sum_i \sum_j y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SSR = \sum_i \frac{y_{i..}^2}{P} - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SSC = \sum_k \frac{y_{..k}^2}{P} - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SSA = \sum_j \frac{y_{.j.}^2}{P} - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SSE = SST - SSR - SSC - SSA$$

6. Rekabentuk faktorial (dua faktor)

$$SST = \sum_i \sum_j \sum_k y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SSA = \sum_i \frac{y_{i..}^2}{bn} - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SSB = \sum_j \frac{y_{.j}^2}{an} - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SS_{\text{sub-jumlah}} = \sum_i \sum_j \frac{y_{ij}^2}{n} - \frac{y_{...}^2}{N}$$

$$SSAB = SS_{\text{sub-jumlah}} - SSA - SSB$$

$$SSE = SST - SS_{\text{sub-jumlah}}$$

7. Korelasi dan regresi linear mudah

$$r^2 = \left(\frac{\sum_i x_i y_i - (\sum_i x_i)(\sum_i y_i)/n}{\sqrt{[\sum_i x_i^2 - (\sum_i x_i)^2/n][\sum_i y_i^2 - (\sum_i y_i)^2/n]}} \right)^2$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_i x_i y_i - (\sum_i x_i)(\sum_i y_i)/n}{\sum_i x_i^2 - (\sum_i x_i)^2/n}$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}$$

$$SSE = s_{yy} - \hat{\beta}_1^2 s_{xx}$$

$$= s_{yy} - \hat{\beta}_1 s_{xy}$$

$$s_{Y \cdot X}^2 = \frac{SSE}{n-2}$$

Anggaran ralat piawai bagi $\hat{\beta}_0$ ialah

$$\sqrt{\text{MSE} \left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{s_{xx}} \right)}$$

Anggaran ralat piawai bagi $\hat{\beta}_1$ ialah

$$\sqrt{\text{MSE}/s_{xx}}$$

Selang peramalan $100(1 - \alpha)\%$ pada $x = x_0$:

$$\hat{y} \pm t_{\alpha/2} \sqrt{\text{MSE} \left(1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}} \right)}$$

Selang keyakinan $100(1 - \alpha)\%$ pada $x = x_0$ bagi $\mu_{Y \cdot X_0}$ ialah

$$\hat{y} \pm t_{\alpha/2} \sqrt{\text{MSE} \left(\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{S_{xx}} \right)}$$

8. Regresi linear berganda

$$\underline{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}, \quad \underline{x} = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nk} \end{pmatrix}$$

$$\underline{\beta} = \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{pmatrix}, \quad \underline{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \vdots \\ \epsilon_n \end{pmatrix}$$

$$\hat{\underline{\beta}} = (\underline{X}'\underline{X})^{-1} \underline{X}'\underline{y}$$

$$\text{SSE} = \underline{y}'\underline{y} - \hat{\underline{\beta}}'\underline{X}'\underline{y}$$

$$\text{SSR} = \hat{\underline{\beta}}'\underline{X}'\underline{y} - (\sum y_i)^2/n$$

$$r_{12.3}^2 = \frac{(r_{12} - r_{13}r_{23})^2}{(1 - r_{13}^2)(1 - r_{23}^2)}$$

$$\text{MSE} = \frac{\text{SSE}}{n-p}, \quad p = k+1.$$

VII. Julat Bererti bagi Ujian Julat Berganda Duncan^a.

		$r_{01}(p, f)$											
		p											
f	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	50	100	
1	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0	
2	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	14.0	
3	8.26	8.5	8.6	8.7	8.8	8.9	8.9	9.0	9.0	9.3	9.3	9.3	
4	6.51	6.8	6.9	7.0	7.1	7.1	7.2	7.2	7.3	7.5	7.5	7.5	
5	5.70	5.96	6.11	6.18	6.26	6.33	6.40	6.44	6.5	6.8	6.8	6.8	
6	5.24	5.51	5.65	5.73	5.81	5.88	5.95	6.00	6.0	6.3	6.3	6.3	
7	4.95	5.22	5.37	5.45	5.53	5.61	5.69	5.73	5.8	6.0	6.0	6.0	
8	4.74	5.00	5.14	5.23	5.32	5.40	5.47	5.51	5.5	5.8	5.8	5.8	
9	4.60	4.86	4.99	5.08	5.17	5.25	5.32	5.36	5.4	5.7	5.7	5.7	
10	4.48	4.73	4.88	4.96	5.06	5.13	5.20	5.24	5.28	5.55	5.55	5.55	
11	4.39	4.63	4.77	4.86	4.94	5.01	5.06	5.12	5.15	5.39	5.39	5.39	
12	4.32	4.55	4.68	4.76	4.84	4.92	4.96	5.02	5.07	5.26	5.26	5.26	
13	4.26	4.48	4.62	4.69	4.74	4.84	4.88	4.94	4.98	5.15	5.15	5.15	
14	4.21	4.42	4.55	4.63	4.70	4.78	4.83	4.87	4.91	5.07	5.07	5.07	
15	4.17	4.37	4.50	4.58	4.64	4.72	4.77	4.81	4.84	5.00	5.00	5.00	
16	4.13	4.34	4.45	4.54	4.60	4.67	4.72	4.76	4.79	4.94	4.94	4.94	
17	4.10	4.30	4.41	4.50	4.56	4.63	4.68	4.73	4.75	4.89	4.89	4.89	
18	4.07	4.27	4.38	4.46	4.53	4.59	4.64	4.68	4.71	4.85	4.85	4.85	
19	4.05	4.24	4.35	4.43	4.50	4.56	4.61	4.64	4.67	4.82	4.82	4.82	
20	4.02	4.22	4.33	4.40	4.47	4.53	4.58	4.61	4.65	4.79	4.79	4.79	
30	3.89	4.06	4.16	4.22	4.32	4.36	4.41	4.45	4.48	4.65	4.71	4.71	
40	3.82	3.99	4.10	4.17	4.24	4.30	4.34	4.37	4.41	4.59	4.69	4.69	
60	3.76	3.92	4.03	4.12	4.17	4.23	4.27	4.31	4.34	4.53	4.66	4.66	
100	3.71	3.86	3.98	4.06	4.11	4.17	4.21	4.25	4.29	4.48	4.64	4.65	
∞	3.64	3.80	3.90	3.98	4.04	4.09	4.14	4.17	4.20	4.41	4.60	4.68	

f = darjah kebebasan.

^a Dikeluarkan dengan kebenaran daripada "Multiple Range and Multiple F Tests," oleh D.B. Duncan, *Biometrics*, Jil. 1, No. 1, hlm 1-45, 1955.

VII. Julat Bererti bagi Ujian Julat Berganda Duncan (*bersambung*)

		$r_{05}(p, f)$											
		p											
f		2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	50	100
1		18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0	18.0
2		6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09	6.09
3		4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50	4.50
4		3.93	4.01	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02	4.02
5		3.64	3.74	3.79	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83	3.83
6		3.46	3.58	3.64	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68	3.68
7		3.35	3.47	3.54	3.58	3.60	3.61	3.61	3.61	3.61	3.61	3.61	3.61
8		3.26	3.39	3.47	3.52	3.55	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56
9		3.20	3.34	3.41	3.47	3.50	3.52	3.52	3.52	3.52	3.52	3.52	3.52
10		3.15	3.30	3.37	3.43	3.46	3.47	3.47	3.47	3.47	3.48	3.48	3.48
11		3.11	3.27	3.35	3.39	3.43	3.44	3.45	3.46	3.46	3.48	3.48	3.48
12		3.08	3.23	3.33	3.36	3.40	3.42	3.44	3.44	3.46	3.48	3.48	3.48
13		3.06	3.21	3.30	3.35	3.38	3.41	3.42	3.44	3.45	3.47	3.47	3.47
14		3.03	3.18	3.27	3.33	3.37	3.39	3.41	3.42	3.44	3.47	3.47	3.47
15		3.01	3.16	3.25	3.31	3.36	3.38	3.40	3.42	3.43	3.47	3.47	3.47
16		3.00	3.15	3.23	3.30	3.34	3.37	3.39	3.41	3.43	3.47	3.47	3.47
17		2.98	3.13	3.22	3.28	3.33	3.36	3.38	3.40	3.42	3.47	3.47	3.47
18		2.97	3.12	3.21	3.27	3.32	3.35	3.37	3.39	3.41	3.47	3.47	3.47
19		2.96	3.11	3.19	3.26	3.31	3.35	3.37	3.39	3.41	3.47	3.47	3.47
20		2.95	3.10	3.18	3.25	3.30	3.34	3.36	3.38	3.40	3.47	3.47	3.47
30		2.89	3.04	3.12	3.20	2.25	3.29	3.32	3.35	3.37	3.47	3.47	3.47
40		2.86	3.01	3.10	3.17	3.22	3.27	3.30	3.33	3.35	3.47	3.47	3.47
60		3.83	2.89	3.08	3.14	3.20	3.24	3.28	3.31	3.33	3.47	3.48	3.48
100		2.80	2.95	3.05	3.12	3.18	3.22	3.26	3.29	3.32	3.47	3.53	3.53
∞		2.77	2.92	3.02	3.09	3.15	3.19	3.23	3.26	3.29	3.47	3.61	3.67

 f = darjah kebebasan