UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama

Sidang 1988/89

MKT251 - Teknik Pengoptimuman dalam Sains Pengurusan

Tarikh: 25 Oktober 1988 Masa: 9.00 pagi - 12.00 tengah hari (3 jam)

Jawab SEMUA soalan kecuali pada soalan kedua ada satu pilihan.

1. (a) Sebuah kapalterbang kargo mempunyai tiga bahagian ruang kargo yang boleh diisi: depan, tengah, dan belakang. Ketiga-tiga ruang ini mempunyai had untuk berat maksimum dan isipadu maksimum seperti yang berikut:

Ruang	Berat (tan) Maksimum	Isipadu (m^3) Maksimum
Depan	8	500
Tengah	12	700
Belakang	7	300

Tambahan lagi, berat muatan kargo di ketiga-tiga ruang mestilah seimbang, iaitu berkadaran dengan had berat maksimum ruang-ruang tersebut supaya mengekalkan kestabilan kapalterbang tersebut.

Empat jenis kargo ingin dimuatkan ke dalam kapalterbang ini untuk penerbangan berikutnya; iaitu:

Kargo	Berat (tan)	Isipadu (m^3/tan)	Keuntungan ($/tan)
1	1.4	50	100
2	1.1	70	130
3	1.8	60	115
4	0.9	40	90

.../2

Sebarang bahagian daripada setiap jenis kargo ini boleh diterima. Matlamatnya ialah untuk menentukan berapa banyak (jika perlu) setiap jenis kargo ini harus dimuatkan dan diagihkan kepada ketiga-tiga ruang yang ada supaya keuntungan dapat dimaksimumkan untuk penerbangan tersebut.

Rumuskan sebagai suatu masalah pengaturcaraan linear.

(40/100)

(b) Diberikan màsalah pengaturcaraan integer yang berikut:

$$\begin{array}{llrcrcrcl}
\text{Maksimumkan} & z = & 3x_1 & + & x_2 & + & 3x_3 & & \\
\text{terhadap} & & -x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & \leq & 4 \\
 & & & & 4x_2 & - & 3x_3 & \leq & 2 \\
 & & x_1 & - & 3x_2 & + & 2x_3 & \leq & 3 \\
 & & x_1, & & x_2, & & x_3 & \geq & 0 \text{ dan integer}
\end{array}$$

Tablo optimum lelaran simpleks adalah seperti berikut:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Z	b
x_3	0	0	1	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{4}{9}$	0	$3\frac{1}{3}$
x_2	0	1	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	3
x_1	1	0	0	$\frac{1}{9}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{10}{9}$	0	$5\frac{1}{3}$
Z	0	0	0	2	3	5	1	29

Dengan menggunakan algoritma pecahan tunjukkan kekangan potongan yang akan digunakan dan lakukan satu lelaran tambahan. Tunjukkan pula kekangan potongan yang berikutnya.

(30/100)

.../3

(c) (i) Melalui simpleks dual, selesaikan:

$$\begin{array}{lrl} \text{Minimumkan} & z = & 4x_1 + 12x_2 + 18x_3 \\ \text{terhadap} & & x_1 + 3x_3 \geq 3 \\ & & 2x_2 + 2x_3 \geq 5 \\ \text{dan} & & \\ & & x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x_3 \geq 0 \end{array}$$

(ii) Berikan C_B, B^{-1} dan penyelesaian dual untuk (i).

(iii) Tunjukkan bahawa syarat teorem kelalaian lengkap dipenuhi.

(30/100)

2. (a) Jurulatih pasukan renang kebangsaan perlu menentukan perenang untuk pasukan renang rampaian berganti, 200m untuk dihantar ke sukan Asia. Oleh kerana banyak perenang yang cukup pantas lebih daripada satu jenis kuak renang, maka sukar untuknya hendak memilih seorang perenang untuk setiap satu jenis daripada empat jenis kuak renangan itu. Lima perenang yang terpantas dengan 'masa terbaik' (di dalam saat) yang telah mereka capai untuk setiap jenis kuak renangan (untuk 50 meter) ialah:

Jenis kuak	Chan	Chris	Raju	Tan	Kamal
Lentang	31.7	32.9	33.8	37.0	35.4
Dada	43.4	33.1	42.2	34.7	41.8
Kupu-Kupu	33.3	28.5	38.9	30.4	31.6
Bebas	29.2	26.4	29.6	28.5	31.1

Jurulatih pasukan ingin menentukan bagaimana untuk mengumpukkan empat daripada perenang tersebut kepada empat jenis kuak renangan supaya dapat meminimumkan 'masa terbaik' pasukannya.

(i) Rumuskan sebagai masalah umpukan.

(ii) Selesaikan dan tentukan siapa di antara perenang tadi yang dijadikan perenang simpanan.

(20/100)

.../4

(b) Diberikan tablo pengangkutan seperti berikut dengan kos c_{ij} ditunjukkan.

	j = 1	2	3	4	5	a_i
i = 1	9	16	4	11	19	8
2	8	6	8	12	8	10
3	1	12	3	23	6	30
b_j	5	4	9	8	22	

(i) Dapatkan penyelesaian optimum untuk masalah ini.

(ii) Jika a_3 berubah menjadi $30 + \delta$ dan b_4 berubah menjadi $8 + \delta$, cari julat untuk δ supaya keadaan kekal optimum.

(iii) Rujuk kepada masalah asal ($\delta = 0$), cari julat untuk c_{12} supaya penyelesaian tersaur optimum kekal optimum. Apakah penyelesaian optimum yang baru apabila c_{12} menjadi 2? [Lakukan satu lelaran sahaja].

(iv) Kembali kepada masalah asal, ($\delta = 0$, dan $c_{12} = 16$), cari julat untuk nilai c_{35} supaya keadaan kekal optimum. Cari penyelesaian optimum yang baru apabila c_{35} menjadi 20.

(40/100)

Arahan: Jawab SATU soalan sahaja di antara (c) dan (d) berikut:

(c) Pertimbangkan masalah muatan kapal. Andaikan lima barangan dagangan perlu dimuatkan ke sebuah kapal. Berat (tan metrik) w_i, dan isipadu (ratus meter persegi) v_i, per pukal barangan dagangan serta nilai, r_i-nya di dalam jadual berikut.

Barangan i	w_i	v_i	r_i
1	5	1	4
2	8	8	7
3	3	6	6
4	2	5	5
5	7	4	4

24C

Berat maksimum gabungan barangan i di atas dibenarkan ialah w = 112 tan metrik dan isipadu maksimum pula ialah v = 109 (ratus) meter persegi. Kapal ini juga ada membawa lain barangan dagangan yang telah ditentukan. Nakhoda kapal perlu menentukan unit diskret (pukal) barangan supaya nilainya dapat dimaksimumkan.

(i) Rumuskan masalah ini sebagai model pengaturcaraan integer.

(ii) Selesaikan dengan kaedah cabang dan batas.

(40/100)

atau

(d) Pertimbangkan masalah pengaturcaraan integer berikut:

$$\begin{array}{lrl} \text{Maksimumkan} & z(x) = & 4x_1 - 2x_2 + 7x_3 \\ \text{terhadap} & & x_1 + 5x_3 \leq 10 \\ & & x_1 + x_2 - x_3 \leq 1 \\ & & 6x_1 - 5x_2 \leq 0 \\ & & x_1,\ x_2,\ x_3 \geq 0 \text{ dan integer} \end{array}$$

Tablo optimum untuk masalah ini didapati melalui kaedah simpleks adalah seperti berikut:

P.U. Asas	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Z	b
x_3	0	0	1	$\frac{11}{60}$	$-\frac{1}{12}$	$-\frac{1}{60}$	0	$1\frac{3}{4}$
x_2	0	1	0	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{10}$	0	$1\frac{1}{2}$
x_1	1	0	0	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{12}$	0	$1\frac{1}{4}$
Z	0	0	0	$\frac{17}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{12}$	1	$14\frac{1}{4}$

(i) Tunjukkan bahawa penyelesaian tersaur tidak boleh didapati dengan membulatkan nilai optimum penyelesaian ini.

(ii) Selesaikan dengan algoritma cabang dan batas.

(40/100)

3. (a) Pertimbangkan masalah berikut:

$$\begin{array}{lrl} \text{Maksimumkan} & z(x) = & -5x_1 + 5x_2 + 12x_3 \\ \text{terhadap} & & -x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 20 \\ & & 12x_1 + 4x_2 + 10x_3 \leq 90 \\ \text{dan} & & \\ & & x_i \geq 0 \quad \text{untuk} \quad i = 1, 2, \text{dan } 3. \end{array}$$

Biarkan x_4 dan x_5 sebagai pembolehubah lalai masing-masing untuk kekangan pertama dan kedua, kaedah simpleks memberikan tablo optimum seperti berikut:

P.U. Asas	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	b
x_2	-1	1	3	1	0	20
x_5	16	0	-2	-4	1	10
-Z	0	0	2	5	0	100

Merujuk kepada masalah asal setiap kali, secara berasingan lakukan analisis kepekaan untuk perubahan-perubahan berikut. Bagi setiap kes, berikan nilai semasa untuk perubahan tersebut, nilai baru fungsi matlamat, dan nyatakan sama ada keadaan masih tersaur, atau optimum atau sebaliknya.

(i) Had nilai sisi kanan kekangan 1, b_1 diubah kepada 30.

(ii) Had nilai sisi kanan kekangan 2, b_2 diubah kepada 70.

(iii) Nilai sisi kanan diubah kepada

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 100 \end{pmatrix}$$

(iv) Pekali fungsi matlamat untuk x_3, c_3 diubah kepada 8.

(v) Ubahkan lajur pekali untuk x_1 kepada

$$\begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ c_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$$

(vi) Tambahan satu kegiatan x_6 dengan pekali

$$\begin{pmatrix} a_{16} \\ a_{26} \\ c_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

(vii) Tambahan satu kekangan $2x_1 + 3x_2 + 15x_3 \leq 50$. (P.U. lalai untuknya ialah x_6). Buat satu lagi lelaran tambahan, jika perlu.

(viii) Ubah kekangan 2 kepada $10x_1 + 5x_2 + 10x_3 \leq 100$.

(40/100)

(b) Terdapat lima projek yang perlu dipertimbangkan untuk dilaksanakan untuk sepanjang tiga tahun akan datang. Jangkaan pulangan dan perbelanjaan tahunan untuk setiap projek (di dalam jutaan ringgit) diberikan di dalam jadual di bawah.
Anggapkan setiap projek yang diluluskan akan dapat disiapkan di dalam tempoh tiga tahun. Matlamatnya ialah untuk memilih projek yang dapat memaksimumkan jumlah pulangan.

	Perbelanjaan			(Juta $)
Projek	Tahun 1	Tahun 2	Tahun 3	Pulangan
1	5	1	8	20
2	4	7	10	40
3	3	9	2	20
4	7	4	1	15
5	8	6	10	30
Modal (juta $) Maksimum	25	25	25	

Rumuskan sebagai masalah pengaturcaraan integer sifar-satu dan selesaikan dengan algoritma penambahan.

(35/100)

.../8

(c) Di dalam menentukan diet seseorang perajurit, pihak pentadbir akan cuba membeli makanan supaya keperluan harian minimum untuk zat-zat tertentu dipenuhi dengan kos yang minimum. Andaikan dipertimbangkan tiga jenis makanan m1, m2, dan m3, supaya didapati zat-zat A, B, dan C dan data berikut diperolehi.

Makanan	Zat (Unit/kg) A	B	C	Kos ($/kg)
m1	3	1	0	20
m2	0	5	2	25
m3	0	0	4	15
Keperluan harian minimum (unit/hari)	9	18	16	

(i) Rumuskan masalah ini di dalam bentuk PL dan selesaikan. Berikan definisi pembolehubah yang digunakan.

(ii) (a) Berikan masalah dual kepada sistem di (i).

(b) Berikan terjemahan kepada pembolehubah dual, dan

(c) Apakah unit pembolehubah dual?

(iii) Dapatkan C_B, B, B^{-1} dan penyelesaian optimum dual untuk masalah ini.

(iv) Tunjukkan bahawa syarat teorem kelalaian lengkap dipenuhi.

(25/100)

-oooOOooo-