Universiti Sains Malaysia

Peperiksaan Semester Pertama

Sidang 1988/89

MKT250 - Pengantar Penyelidikan Operasi

Tarikh: 29 Oktober 1988 Tarikh: 2.15 petang - 5.15 petang
(3 jam)

Jawab SEMUA soalan di bahagian A dan SATU soalan di bahagian B.
Semua soalan mesti dijawab di dalam Bahasa Malaysia. Sifir Normal piawai dilampirkan.

Bahagian A

1. (a) Sebuah kilang mengeluarkan sejenis barangan iaitu Z yang terdiri daripada 3 komponen. Komponen-komponen tersebut dihasilkan oleh 2 bahagian berasingan di kilang tersebut. Satu unit Z yang siap dipasang mengandungi 1 unit komponen 1, 2 unit komponen 2 dan 1 unit komponen 3. Masa pemprosesan setiap unit komponen di setiap bahagian adalah seperti berikut.

	Masa pemprosesan (minit/unit)		
	Komponen 1	Komponen 2	Komponen 3
Bahagian A	4	2	2
Bahagian B	2	1	3

Masa pemprosesan di kedua-dua bahagian dihadkan kepada 6 jam sehari. Di samping itu, masa pemprosesan di kedua-dua bahagian perlu diperseimbangan dengan memastikan agar perbezaan jumlah masa pemprosesan di antara kedua-dua bahagian tidak melebihi 30 minit sehari. Pihak pengurusan di kilang tersebut ingin menentukan bilangan komponen 1, 2 dan 3 yang perlu dihasilkan sehari supaya bilangan unit Z yang dapat dipasang adalah sebanyak mungkin. Rumuskan masalah ini sebagai suatu model PL.

(40/100)

(b) Pertimbangkan model PL berikut:

Maksimumkan $z = 7x_1 + 10x_2$

terhadap

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &\leq 40 \quad (1) \\ 3x_1 + 2x_2 &\geq 30 \quad (2) \\ 2x_1 + 3x_2 &\leq 90 \quad (3) \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Dengan kaedah bergraf, jawab soalan-soalan berikut:

(i) Apakah penyelesaian yang optimum?

(ii) Nyatakan kekangan yang terikat dan yang tak terikat.

(iii) Apakah julat perubahan pekali x_1 di dalam fungsi matlamat supaya status kekangan (1) berubah?

(iv) Apakah julat perubahan pekali x_2 di dalam fungsi matlamat supaya penyelesaian optimum di bahagian (i) tidak berubah?

(30/100)

(c) Pertimbangkan masalah PL berikut:

Minimumkan $z = x_1 - 2x_2$

terhadap

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &\geq 2 \\ -x_1 + x_2 &\geq 1 \\ x_2 &\leq 3 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Tablo optimum di dalam fasa I adalah seperti berikut:

Asas	x_1	x_2	S_1	S_2	S_3	B_1	B_2	Penyelesaian
b	0	0	0	0	0	-1	-1	0
x_1	1	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1/2
x_2	0	1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	3/2
S_3	0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	3/2

Dapatkan penyelesaian optimum masalah asal.

(30/100)

2. (a) Pertimbangkan masalah berikut:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimumkan} & z = -3x_1 + x_2 + x_3 \\ \text{terhadap} & x_1 - 2x_2 + x_3 \leq 11 \\ & -4x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 3 \\ & 2x_1 + x_3 = 1 \\ & x_1,\ x_2,\ x_3 \geq 0 \end{array}$$

Dapatkan tablo permulaan untuk penyelesaian melalui Teknik-M. Nyatakan pembolehubah yang akan masuk menjadi asas serta nilainya.

(20/100)

(b) Terangkan secara ringkas bagaimana anda boleh mencamkan keadaan-keadaan berikut secara aljabar.

(i) Optimum berganda.

(ii) Nilai matlamat tak terbatas.

(20/100)

(c) Piawaikan model berikut:

$$\begin{array}{ll} \text{Maksimumkan} & z = 3x_1 + 4x_2 + x_3 \\ \text{terhadap} & 3x_1 + x_2 + 8x_3 \geq -1 \\ & |2x_1 - x_2 - 5x_3| \leq 7 \\ & x_1,\ x_2 \geq 0 \\ & x_3 \text{ tak tersekat} \end{array}$$

(20/100)

(d) Sebuah syarikat menawarkan 3 jenis perkhidmatan A, B, C kepada orang ramai. Perkhidmatan-perkhidmatan ini memerlukan 3 jenis sumber tenaga manusia iaitu - tenaga teknikal, tenaga buruh dan tenaga pengurusan. Jadual berikut memberikan keperluan sumber bagi setiap unit perkhidmatan, amaun sumber yang ada dan keuntungan seunit setiap perkhidmatan.

.../4

Perkhidmatan	Keperluan tenaga (jam)			Keuntungan seunit
	Teknikal	Buruh	Pengurusan	
A B C	1 1 1	10 4 5	2 2 6	\$10 \$ 6 \$ 4
Amaun sumber yang ada	100	600	300	

Untuk menentukan campuran perkhidmatan yang optimum yang memaksimumkan keuntungan, model berikut dihasilkan.

$$
\begin{array}{lrl}
\text{Maksimumkan} & z = & 10x_1 + 6x_2 + 4x_3 \\
\text{terhadap} & & x_1 + x_2 + x_3 \leqslant 100 \\
& & 10x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leqslant 600 \\
& & 2x_1 + 2x_2 + 6x_3 \leqslant 300 \\
& & x_1, \; x_2, \; x_3 \geqslant 0
\end{array}
$$

Di sini x_1, x_2, x_3 masing-masingnya ialah bilangan unit perkhidmatan A, B dan C yang diberikan. Tablo optimum untuk model tersebut adalah seperti berikut:

Asas	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	Penyelesaian
Z	0	0	16/6	20/6	4/6	0	4400/6
x_2	0	1	5/6	10/6	-1/6	0	400/6
x_1	1	0	1/6	-4/6	1/6	0	200/6
S_3	0	0	4	-2	0	1	100

Jawab soalan-soalan berikut berpandukan tablo optimum ini.

(i) Nyatakan nilai seunit setiap jenis sumber tenaga.

(ii) Tentukan julat perubahan keuntungan sut perkhidmatan A supaya penyelesaian semasa masih optimum.

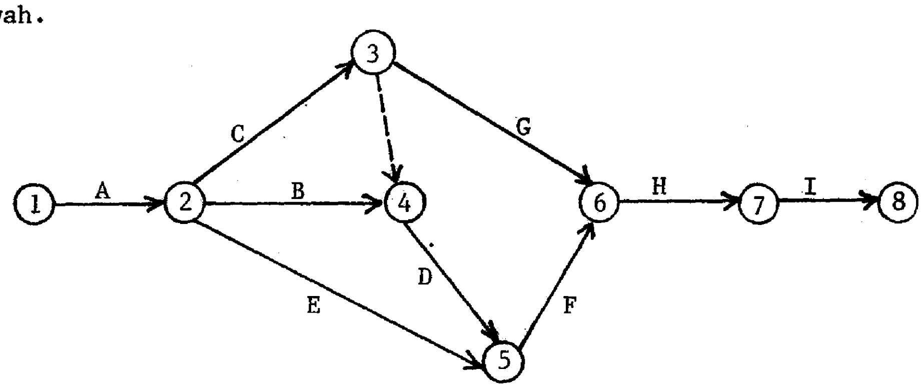
(iii) Katakan masa tenaga teknikal ingin ditambah. Tentukan perubahan maksimum masa ini supaya penyelesaian optimum semasa masih tersaur.

(iv) Jika keuntungan seunit C berubah ke \$50/6, adakah optimum semasa terjejas? Jika ya, dapatkan penyelesaian optimum yang baru.

(v) Apakah julat keuntungan sut bagi C yang akan membolehkan perkhidmatan C ditawarkan kepada orang ramai.

(40/100)

3. (a) Sebuah projek yang mempunyai sembilan kegiatan digambarkan di bawah.



Jangka masa dan keperluan tenaga pekerja bagi setiap kegiatan adalah seperti berikut

Kegiatan	Jangka masa (hari)	Bilangan pekerja
A	5	2
B	9	3
C	7	5
D	4	5
E	8	3
F	14	3
G	12	8
H	6	4
I	8	1

(i) Hitungkan masa permulaan terawal (ES) dan masa siap terlewat (LC) semua peristiwa.

(ii) Apakah lintasan genting untuk projek ini?

(iii) Apakah tempoh tersingkat untuk menyiapkan projek ini?

(iv) Dapatkan skedul keperluan tenaga pekerja jika semua kegiatan dimulakan secepat mungkin.

(v) Apakah keperluan tenaga pekerja yang maksimum untuk projek ini jika skedul terawal digunakan?

(35/100)

(b) Pertimbangkan projek di bahagian (a). Katakan anggaran masa optimis (a), masa paling boleh jadi (m) dan masa pesimis (b) adalah seperti berikut.

	Anggaran jangka masa		
Kegiatan	optimis (a)	pesimis (b)	paling boleh jadi (m)
A	2	8	5
B	6	12	7
C	6	8	9
D	1	7	4
E	8	8	8
F	5	17	14
G	3	21	12
H	3	9	6
I	5	11	8

Min dan varians jangka masa kegiatan-kegiatan adalah seperti berikut.

Kegiatan	Min	Varians
A	5	1
B	9	1
C	7	1/9
D	4	1
E	8	0
F	13	4
G	12	9
H	6	1
I	?	?

(i) Hitungkan min dan varians jangka masa kegiatan I.

(ii) Apakah tempoh minimum yang dijangkakan untuk menyiapkan projek ini?

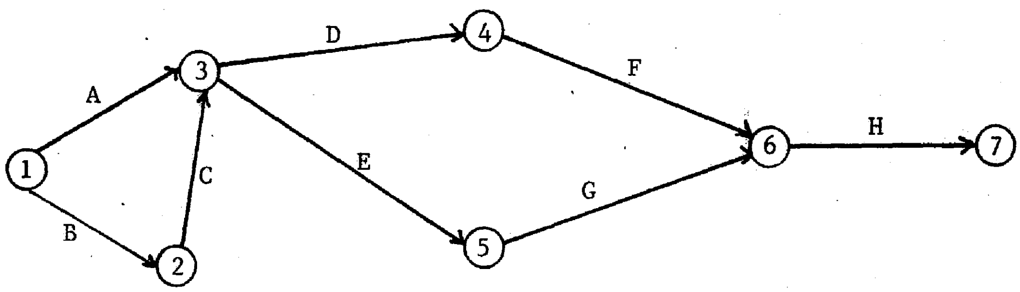
(iii) Apakah kebarangkalian bahawa projek ini dapat disiapkan di dalam masa 47 hari?

(iv) Apakah kebarangkalian kegiatan D boleh siap sebelum permulaan hari ke-18?

(v) Apakah kebarangkalian bahawa peristiwa 5 boleh berlaku seawal-awalnya sebelum hari ke-17?

(35/100)

(c) Suatu projek melibatkan lapan kegiatan dan perhubungan prajadian adalah seperti yang digambarkan di bawah.



Jangka masa biasa dan nahas serta kos langsung yang berkaitan adalah seperti berikut.

	Jangka masa (hari)		kos langsung ($)	
Kegiatan	biasa	nahas	biasa	nahas
A	10	8	100	180
B	5	4	50	70
C	3	2	100	120
D	4	3	80	110
E	5	3	100	160
F	6	5	100	150
G	3	2	100	110
H	5	4	110	120

Katakan kos tak langsung berkadaran dengan jangka masa projek mengikut kadar $40 sehari. Dapatkan skedul kos minimum untuk projek ini.

(30/100)

Bahagian B

4\. (a) Sebuah pasaraya perlu mengisi keperluan stok kertas pembungkus dari semasa ke semasa. Kadar penggunaan kertas pembungkus adalah 50 kotak sehari. Kos untuk menguruskan suatu pesanan ialah \$16 setiap kali dan setiap pesanan dapat dipenuhi dengan serta merta. Kos pengendalian bagi setiap kotak yang disimpan di dalam stok ialah \$1 sehari. Harga setiap kotak kertas pembungkus ialah \$20. Dapatkan

(i) kuantiti pesanan yang optimum.

(ii) panjang kitar pemesanan yang optimum.

(iii) jumlah kos (termasuk kos pembelian) sehari.

(30/100)

(b) Pertimbangkan bahagian (a) semula. Katakan pembekal menawarkan pecahan harga seperti berikut.

\$12.00	per kotak jika membeli	$y < 10$ kotak
\$10.00	per kotak jika membeli	$10 \leq y < 50$ kotak
\$ 9.50	per kotak jika membeli	$50 \leq y < 100$ kotak
\$ 9.00	per kotak jika membeli	$y \geq 100$ kotak

Apakah kuantiti pesanan yang optimum serta jumlah kos sehari?

(35/100)

(c) Pertimbangkan suatu model saiz lot ekonomi yang membenarkan kekurangan. Katakan pesanan diterima dengan serta merta dan setiap pesanan dikenakan kos sebanyak \$k. Setiap unit benda yang disimpan selama sebulan dikenakan kos sebanyak \$h. Kadar kekurangan yang dibenarkan ialah w unit pada bila-bila masa dan setiap unit benda yang kekurangan selama sebulan dikenakan kos sebanyak \$g. Kadar permintaan adalah b unit sebulan. Dapatkan

(i) kos kekurangan sebulan.

(ii) jumlah kos sebulan.

(iii) kuantiti pesanan yang optimum.

(iv) saiz kekurangan yang optimum.

(35/100)

5. (a) Stok sejenis barangan diisi semula secara serta merta apabila dipesan. Permintaan bagi barangan ini ialah 60,000 unit setahun. Setiap pesanan yang dibuat dikenakan kos sebanyak \$1.00 sementara seunit barangan yang berada di dalam stok selama setahun dikenakan kos sebanyak \$0.25. Kekurangan dibenarkan berlaku dengan kos sebanyak \$2 bagi setiap unit kekurangan setiap tahun. Tentukan

(i) kuantiti pesanan optimum.

(ii) saiz kekurangan maksimum yang dibenarkan.

(iii) titik pesanan semula, jika $L = 0.02$ tahun.

(35/100)

(b) Permintaan bagi sejenis barangan stok dianggarkan sebanyak β unit setahun. Andaikan kekurangan tidak dibenarkan berlaku dan pengisian semula berlaku secara seragam dengan kadar α unit setahun. Kos untuk membuat satu pesanan ialah \$k dan kos untuk menyimpan barangan tersebut di dalam stok ialah \$h seunit benda seunit masa. Katakan y ialah saiz suatu pesanan dan $\alpha > \beta$.

(i) Tunjukkan bahawa aras inventori maksimum pada bila-bila masa ialah $y(1 - \beta/\alpha)$.

(ii) Dapatkan jumlah kos setahun.

(iii) Dapatkan kuantiti pesanan optimum, iaitu y^*.

(35/100)

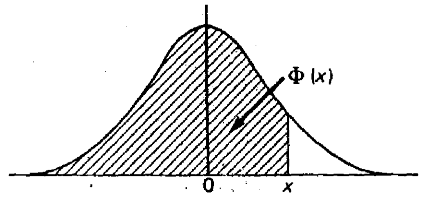
(c) Bincangkan kebaikan dan keburukan stok berlebihan serta stok berkurangan daripada segi kos inventori.

(30/100)

-oooOOooo-

TABLE 4. THE NORMAL DISTRIBUTION FUNCTION

The function tabulated is $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}t^2}\, dt$. $\Phi(x)$ is the probability that a random variable, normally distributed with zero mean and unit variance, will be less than or equal to x. When $x < 0$ use $\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$, as the normal distribution with zero mean and unit variance is symmetric about zero.



x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0·00	0·5000	0·40	0·6554	0·80	0·7881	1·20	0·8849	1·60	0·9452	2·00	0·97725
·01	·5040	·41	·6591	·81	·7910	·21	·8869	·61	·9463	·01	·97778
·02	·5080	·42	·6628	·82	·7939	·22	·8888	·62	·9474	·02	·97831
·03	·5120	·43	·6664	·83	·7967	·23	·8907	·63	·9484	·03	·97882
·04	·5160	·44	·6700	·84	·7995	·24	·8925	·64	·9495	·04	·97932
0·05	0·5199	0·45	0·6736	0·85	0·8023	1·25	0·8944	1·65	0·9505	2·05	0·97982
·06	·5239	·46	·6772	·86	·8051	·26	·8962	·66	·9515	·06	·98030
·07	·5279	·47	·6808	·87	·8078	·27	·8980	·67	·9525	·07	·98077
·08	·5319	·48	·6844	·88	·8106	·28	·8997	·68	·9535	·08	·98124
·09	·5359	·49	·6879	·89	·8133	·29	·9015	·69	·9545	·09	·98169
0·10	0·5398	0·50	0·6915	0·90	0·8159	1·30	0·9032	1·70	0·9554	2·10	0·98214
·11	·5438	·51	·6950	·91	·8186	·31	·9049	·71	·9564	·11	·98257
·12	·5478	·52	·6985	·92	·8212	·32	·9066	·72	·9573	·12	·98300
·13	·5517	·53	·7019	·93	·8238	·33	·9082	·73	·9582	·13	·98341
·14	·5557	·54	·7054	·94	·8264	·34	·9099	·74	·9591	·14	·98382
0·15	0·5596	0·55	0·7088	0·95	0·8289	1·35	0·9115	1·75	0·9599	2·15	0·98422
·16	·5636	·56	·7123	·96	·8315	·36	·9131	·76	·9608	·16	·98461
·17	·5675	·57	·7157	·97	·8340	·37	·9147	·77	·9616	·17	·98500
·18	·5714	·58	·7190	·98	·8365	·38	·9162	·78	·9625	·18	·98537
·19	·5753	·59	·7224	·99	·8389	·39	·9177	·79	·9633	·19	·98574
0·20	0·5793	0·60	0·7257	1·00	0·8413	1·40	0·9192	1·80	0·9641	2·20	0·98610
·21	·5832	·61	·7291	·01	·8438	·41	·9207	·81	·9649	·21	·98645
·22	·5871	·62	·7324	·02	·8461	·42	·9222	·82	·9656	·22	·98679
·23	·5910	·63	·7357	·03	·8485	·43	·9236	·83	·9664	·23	·98713
·24	·5948	·64	·7389	·04	·8508	·44	·9251	·84	·9671	·24	·98745
0·25	0·5987	0·65	0·7422	1·05	0·8531	1·45	0·9265	1·85	0·9678	2·25	0·98778
·26	·6026	·66	·7454	·06	·8554	·46	·9279	·86	·9686	·26	·98809
·27	·6064	·67	·7486	·07	·8577	·47	·9292	·87	·9693	·27	·98840
·28	·6103	·68	·7517	·08	·8599	·48	·9306	·88	·9699	·28	·98870
·29	·6141	·69	·7549	·09	·8621	·49	·9319	·89	·9706	·29	·98899
0·30	0·6179	0·70	0·7580	1·10	0·8643	1·50	0·9332	1·90	0·9713	2·30	0·98928
·31	·6217	·71	·7611	·11	·8665	·51	·9345	·91	·9719	·31	·98956
·32	·6255	·72	·7642	·12	·8686	·52	·9357	·92	·9726	·32	·98983
·33	·6293	·73	·7673	·13	·8708	·53	·9370	·93	·9732	·33	·99010
·34	·6331	·74	·7704	·14	·8729	·54	·9382	·94	·9738	·34	·99036
0·35	0·6368	0·75	0·7734	1·15	0·8749	1·55	0·9394	1·95	0·9744	2·35	0·99061
·36	·6406	·76	·7764	·16	·8770	·56	·9406	·96	·9750	·36	·99086
·37	·6443	·77	·7794	·17	·8790	·57	·9418	·97	·9756	·37	·99111
·38	·6480	·78	·7823	·18	·8810	·58	·9429	·98	·9761	·38	·99134
·39	·6517	·79	·7852	·19	·8830	·59	·9441	·99	·9767	·39	·99158
0·40	0·6554	0·80	0·7881	1·20	0·8849	1·60	0·9452	2·00	0·9772	2·40	0·99180

TABLE 4. THE NORMAL DISTRIBUTION FUNCTION

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
2·40	0·99180	2·55	0·99461	2·70	0·99653	2·85	0·99781	3·00	0·99865	3·15	0·99918
·41	·99202	·56	·99477	·71	·99664	·86	·99788	·01	·99869	·16	·99921
·42	·99224	·57	·99492	·72	·99674	·87	·99795	·02	·99874	·17	·99924
·43	·99245	·58	·99506	·73	·99683	·88	·99801	·03	·99878	·18	·99926
·44	·99266	·59	·99520	·74	·99693	·89	·99807	·04	·99882	·19	·99929
2·45	0·99286	2·60	0·99534	2·75	0·99702	2·90	0·99813	3·05	0·99886	3·20	0·99931
·46	·99305	·61	·99547	·76	·99711	·91	·99819	·06	·99889	·21	·99934
·47	·99324	·62	·99560	·77	·99720	·92	·99825	·07	·99893	·22	·99936
·48	·99343	·63	·99573	·78	·99728	·93	·99831	·08	·99896	·23	·99938
·49	·99361	·64	·99585	·79	·99736	·94	·99836	·09	·99900	·24	·99940
2·50	0·99379	2·65	0·99598	2·80	0·99744	2·95	0·99841	3·10	0·99903	3·25	0·99942
·51	·99396	·66	·99609	·81	·99752	·96	·99846	·11	·99906	·26	·99944
·52	·99413	·67	·99621	·82	·99760	·97	·99851	·12	·99910	·27	·99946
·53	·99430	·68	·99632	·83	·99767	·98	·99856	·13	·99913	·28	·99948
·54	·99446	·69	·99643	·84	·99774	·99	·99861	·14	·99916	·29	·99950
2·55	0·99461	2·70	0·99653	2·85	0·99781	3·00	0·99865	3·15	0·99918	3·30	0·99952

The critical table below gives on the left the range of values of x for which $\Phi(x)$ takes the value on the right, correct to the last figure given; in critical cases, take the upper of the two values of $\Phi(x)$ indicated.

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
			0·9994		0·99990		0·99995
3·075		3·263		3·731		3·916	
	0·9990		0·9995		0·99991		0·99996
3·105		3·320		3·759		3·976	
	0·9991		0·9996		0·99992		0·99997
3·138		3·389		3·791		4·055	
	0·9992		0·9997		0·99993		0·99998
3·174		3·480		3·826		4·173	
	0·9993		0·9998		0·99994		0·99999
3·215		3·615		3·867		4·417	
	0·9994		0·9999		0·99995		1·00000

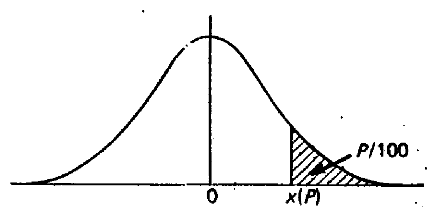
When $x > 3·3$ the formula $1-\Phi(x) \doteqdot \frac{e^{-\frac{1}{2}x^2}}{x\sqrt{2\pi}}\left[1-\frac{1}{x^2}+\frac{3}{x^4}-\frac{15}{x^6}+\frac{105}{x^8}\right]$ is very accurate, with relative error less than $945/x^{10}$.

TABLE 5. PERCENTAGE POINTS OF THE NORMAL DISTRIBUTION

This table gives percentage points $x(P)$ defined by the equation

$$\frac{P}{100} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{x(P)}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}t^2}\,dt.$$

If X is a variable, normally distributed with zero mean and unit variance, $P/100$ is the probability that $X \geqslant x(P)$. The lower P per cent points are given by symmetry as $-x(P)$, and the probability that $|X| \geqslant x(P)$ is $2P/100$.



P	$x(P)$	P	$x(P)$	P	$x(P)$	P	$x(P)$	P	$x(P)$	P	$x(P)$
50	0·0000	5·0	1·6449	3·0	1·8808	2·0	2·0537	1·0	2·3263	0·10	3·0902
45	0·1257	4·8	1·6646	2·9	1·8957	1·9	2·0749	0·9	2·3656	0·09	3·1214
40	0·2533	4·6	1·6849	2·8	1·9110	1·8	2·0969	0·8	2·4089	0·08	3·1559
35	0·3853	4·4	1·7060	2·7	1·9268	1·7	2·1201	0·7	2·4573	0·07	3·1947
30	0·5244	4·2	1·7279	2·6	1·9431	1·6	2·1444	0·6	2·5121	0·06	3·2389
25	0·6745	4·0	1·7507	2·5	1·9600	1·5	2·1701	0·5	2·5758	0·05	3·2905
20	0·8416	3·8	1·7744	2·4	1·9774	1·4	2·1973	0·4	2·6521	0·01	3·7190
15	1·0364	3·6	1·7991	2·3	1·9954	1·3	2·2262	0·3	2·7478	0·005	3·8906
10	1·2816	3·4	1·8250	2·2	2·0141	1·2	2·2571	0·2	2·8782	0·001	4·2649
5	1·6449	3·2	1·8522	2·1	2·0335	1·1	2·2904	0·1	3·0902	0·0005	4·4172