UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama

Sidang 1988/89

MAT328 - Kombinatorik

Tarikh: 30 Oktober 1988 Masa: 9.00 pagi - 12.00 tengah hari (3 jam)

Jawab SEMUA soalan. Setiap soalan memberi sumbangan 100 markah.

1. (i) Jika

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

bina satu 16×16 matriks Hadamard dan dedusikan satu cara susunan - (15, 7, 3).

(ii) Bina satu cara susunan - (13, 4, 1) dari set $\{1, 2, 4, 10\}$ dan sahkan bahawa ianya ialah satu satah unjuran terhingga dengan peringkat 3. Gunakan untuk membina satu sistem koda dengan 26 perkataan. Dapatkan ralat-ralat yang boleh dikesan dan ralat-ralat yang boleh diperbetulkan.

2. (i) Nyatakan satu bentuk teorem Hall mengenai wakilan berbeza.

(ii) Empat orang penuntut yang memohon tempat di empat buah Universiti telah dinilaikan oleh sebuah komputer tentang kesuaian setiap universiti untuk setiap penuntut secara peratusan. Kesuaian tersebut ditunjukkan dalam jadual berikut. Bentukkan satu jadual ketidaksuaian dan dengan ini dapatkan satu padanan terbaik yang harus.

	P_1	P_2	P_3	P_4
u_1	40	65	70	45
u_2	70	90	45	70
u_3	60	40	85	65
u_4	75	85	60	60

3. Andaikan bahawa terdapat n objek dalam satu baris. Dua objek sebelah menyebelah dipilih serta dikurungkan bersama dan selepas ini dianggap sebagai satu objek. Ini menghasilkan (n-1) objek dalam satu baris. Dua daripada (n-1) objek-objek ini yang sebelah menyebelah dikurungkan bersama dan kemudiannya dianggap sebagai satu objek. Proses ini diteruskan sehingga hanya satu objek sahaja tertinggal. Biar a_n menandakan cara-cara menjalankan proses ini, bermula dengan n objek, supaya $a_1 = 1$, $a_2 = 1$, $a_3 = 2$. Dengan memerhatikan bahawa dalam pengurungan terakhir r objek asal dan (n-r) objek asal dikurungkan bersama, untuk suatu r, tunjukkan bahawa

$$a_n = a_1 a_{n-1} + a_2 a_{n-2} + \dots \quad .. + a_{n-1} a_1 \qquad (n \geq 3)$$

Dedusikan bahawa fungsi penjana f(x) memuaskan

$$\{f(x)\}^2 - f(x) + x = 0$$

dan dengan ini tunjukkan bahawa

$$a_n = \frac{(2n-2)!}{n!(n-1)!} .$$

4. Andaikan terdapat n lubang dalam satu baris. Kita dikehendaki meletakkan k guli yang serupa ke dalam lubang-lubang ini dengan syarat:

(i) tiada lubang mengandungi lebih dari satu guli.

(ii) tiada dua lubang berturut-turut yang mengandungi guli kedua-duanya.

Katakan proses ini boleh dilakukan dengan $f(n, k)$ cara. Buktikan bahawa:

(a) $f(2k-1, k) = 1$

(b) $f(n, k) = 0$ jika $n < 2k - 1$

(c) $f(n, 1) = n$

(d) $f(n, k) = f(n-2, k-1) + f(n-1, k)$ jika $k \geq 2$.

Dedusikan bahawa:

(e) $f(6, 3) = 4$

(f) $f(2k, k) = f(2k-2, k-1) + 1$

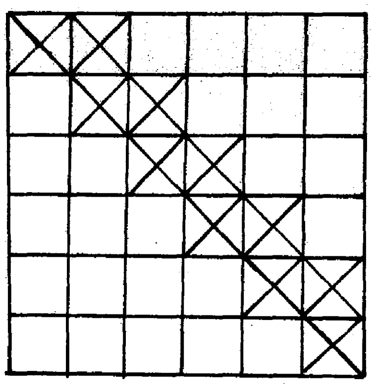
(g) $f(2k, k) = k + 1$.

5. (i) Dua baris bagi satu segiempat sama Latin 5×5 ialah 1, 2, 3, 4, 5 dan 2, 3, 4, 5, 1. Berapa banyak carakah barisan ketiga dapat dipilih.

(ii) Tunjukkan bahawa polinom Rook $R_{n,m}(x)$ bagi satu papan segiempat tepat $n \times m$ memuas hubungan jadi semula

$$R_{n,m}(x) = R_{n-1,m}(x) + m\,x\,R_{n-1,m-1}(x)$$

(iii) Biar $L_k(x)$ menandakan polinom Rook bagi papan yang mengandungi k segiempat sama terpangkah yang pertama (dibaca ke bawah dan ke kanan) bagi papan $n \times n$ berikut:



Buktikan bahawa

$$L_0(x) = 1, \qquad L_1(x) = 1 + x$$

dan untuk $k \geq 2$,

$$L_k(x) = L_{k-1}(x) + x\,L_{k-2}(x).$$

- oooOOooo -