

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Tambahan

Sidang 1988/89

Jun 1989

MAT320 - Persamaan Pembezaan II

Masa: 3 Jam

---

Jawab SEMUA soalan.

1. (a) Selesaikan

$$\underline{x}' = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix} \underline{x} + \begin{pmatrix} 2 e^t \\ 4 e^t \end{pmatrix}$$

(b) Selesaikan  $x^2 y'' + 4xy' - 4y = 0$  ( $x > 0$ )

(c) Tunjukkan  $y = x$  memenuhi

$$x^2 y'' - xy' + y = 0$$

dan gunakan kaedah penurunan peringkat untuk mendapat penyelesaian am.

(d) Jelmakan  $x''' + tx'' + 2t^3 x' - 5t^4 = 0$  kepada suatu sistem persamaan pembezaan biasa peringkat satu.

(100/100)

2. (a) Tunjukkan  $x = 0$  ialah titik biasa bagi persamaan

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + (2x^2 + 1)y = 0$$

Dapatkan penyelesaian am siri kuasa di sekitar  $x = 0$ .

(b) Tunjukkan  $x = 0$  ialah titik singular sekata bagi

$$3xy'' + 2y' + y = 0$$

Dapatkan dua penyelesaian siri kuasa yang sah di sekitar titik  $x = 0$  dan tidak bersandar secara linear.

(100/100)

3. (a) Carikan nilai-nilai eigen dan fungsi-fungsi eigen bagi masalah Sturm-Liouville

$$y'' + \lambda y = 0$$

$$y(0) = 0, y(1) = 0.$$

- (b) Dapatkan siri trigonometri Fourier bagi fungsi  $f(x)$  pada  $-\pi \leq x \leq \pi$  di mana  $f(x)$  ditakrifkan oleh

$$f(x) = \begin{cases} 0 & , \quad -\pi \leq x < 0 \\ 1 & , \quad 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

- (c) Pertimbangkan set fungsi-fungsi  $\{\phi_n\}$ , di mana

$$\phi_1(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \quad ,$$

$$\phi_{n+1}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cos nx \quad (n = 1, 2, \dots)$$

pada selang  $0 \leq x \leq \pi$ . Tunjukkan bahawa set  $\{\phi_n\}$  ialah suatu sistem ortogon terhadap fungsi pemberat yang mempunyai nilai malar 1 pada  $0 \leq x \leq \pi$

(100/100)

4. Guna kaedah pemisahan pembolehubah untuk mendapat suatu penyelesaian formal  $y(x,t)$  bagi masalah

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

$$y(0,t) = 0, \quad 0 \leq t < \infty$$

$$y(3\pi,t) = 0, \quad 0 \leq t < \infty \quad ,$$

$$y(x,0) = 2 \sin^3 x, \quad 0 \leq x \leq 3\pi$$

$$\frac{\partial y(x,0)}{\partial t} = 0, \quad 0 \leq x \leq 3\pi$$

(100/100)

- ooo00ooo -