

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama  
Sidang 1991/92

Oktober/November 1991

MAT 261 Teori Kebangsaan I

Masa : [3 jam]

---

Jawab SEMUA soalan.

1. (a) Dengan menggunakan syarat  $P(B|\bar{A}) = P(B|A)$ , tunjukkan bahawa peristiwa A dan B tak bersandar.

Katakan terdapat suatu peristiwa C  
Dengan ketaksandaran A dan B, bolehkah disimpulkan bahawa

$$P(A \cap B|C) = P(A|C) \cdot P(B|C)?$$

(20/100)

- (b) Sebuah kedai menjual mentol lampu 60 watt jenama A dan jenama B. Jenama A mempunyai kadar kerosakan sebiji lampu bagi setiap dua puluh manakala jenama B pula ialah sebiji bagi setiap tiga puluh. Pembeli X membeli dua biji mentol lampu jenama A dan pembeli Y membeli tiga biji mentol lampu jenama B. Salah seorang daripada pembeli tersebut dipilih secara rawak dengan melambungkan sekeping duit syiling adil.

(i) Apakah kebarangkalian bahawa pembeli yang dipilih tidak membeli lampu yang rosak.

(ii) Jika didapati kesemua lampu yang dibeli itu baik cari kebarangkalian bahawa ianya dibeli oleh pembeli Y.

(50/100)

- (c) Suatu proses menghasilkan sejenis barangan dengan kadar kerosakan p. Katakan pembolehubah rawak X adalah bilangan barangan dihasilkan sehingga dua kerosakan yang pertama berlaku.

Tunjukkan fungsi ketumpatan kebarangkalian bagi X.

(30/100)

...2/-

2. (a) Katakan pembolehubah rawak  $X$  mempunyai f.k.k. berikut:

$$f(x) = \begin{cases} ce^{-6x}, & x > 0 \\ -cx, & -1 < x \leq 0 \\ 0, & x \leq -1 \end{cases}$$

Tentukan:

- (i) nilai  $c$  supaya  $f(x)$  menjadi suatu f.k.k.
- (ii) fungsi taburan longgokan bagi  $Y = |X|$  dan seterusnya cari fungsi ketumpatan kebarangkalian bagi  $Y$ .

(40/100)

- (b) Suatu p.r.  $X$  mempunyai f.k.k. berikut:

$$f(x) = \frac{e^{-a} \cdot a^x}{(1 - e^{-a})x!}, \quad x = 1, 2, \dots$$

Dapatkan

- (i) fungsi penjana momen bagi  $X$
- (ii)  $E(X)$
- (iii)  $\text{Var}(X)$

(30/100)

- (c) Katakan  $X$  adalah suatu p.r. Poisson dengan parameter  $\lambda$ , buktikan bahawa

- (i)  $P\left(X \leq \frac{\lambda}{2}\right) \leq \frac{4}{\lambda}$
- (ii)  $P(X \geq 2\lambda) \leq \frac{1}{\lambda}$

(30/100)

...3/-

3. (a) Katakan p.r.  $(X, Y)$  mempunyai f.k.k. tercantum

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2} e^{-y} & , \quad y > |x|, \quad -\infty < x < \infty \\ 0 & , \quad \text{di tempat lain.} \end{cases}$$

Cari

- (i) f.k.k. sut untuk  $X$  dan f.k.k. sut untuk  $Y$
- (ii) f.k.k. bersyarat bagi  $Y$  diberi  $X = x$
- (iii)  $E(Y|X)$
- (iv)  $P(0 < X < 1, 0 < Y < 1)$
- (v)  $Kov(X, Y)$
- (vi) Adakah  $X$  dan  $Y$  tak bersandar?

(60/100)

- (b) Dua p.r. tak bersandar  $X_1$  dan  $X_2$  mempunyai f.k.k. secaman iaitu

$$f(x) = \begin{cases} p(1-p)^{x-1} & , \quad x = 1, 2, \dots \\ 0 & \text{di tempat lain.} \end{cases}$$

Cari

- (i)  $P(X_1 + X_2 = n)$
- (ii)  $P(X_2 \geq X_1)$

(40/100)

4. (a) Katakan  $X$  dan  $Y$  adalah dua p.r. yang tak bersandar yang mempunyai f.k.k. secaman iaitu

$$f(w) = \begin{cases} \frac{1}{\beta} e^{-w/\beta} & , \quad w \geq 0, \quad \beta > 0 \\ 0 & , \quad \text{di tempat lain} \end{cases}$$

- (i) Tunjukkan bahawa  $P(X > t + s | X > t) = P(X > s)$
- (ii) Cari f.k.k. untuk  $U = \frac{X}{X + Y}$

(50/100)

... 4/-

(b) Katakan p.r.  $X$  mempunyai f.k.k. berikut:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & , \quad 0 < x < 1 \\ 0 & , \quad \text{di tempat lain} \end{cases}$$

Katakan p.r.  $Y$  mempunyai f.k.k. berikut:

$$g(y) = \begin{cases} e^{-y} & , \quad y > 0 \\ 0 & , \quad \text{di tempat lain} \end{cases}$$

Anggapkan  $X$  dan  $Y$  tak bersandar.

Diberi  $U = -2\ln X$  dan  $V = 2Y$ .

- (i) Cari f.k.k. bagi  $U$  dan nyatakan taburannya.
- (ii) Cari f.k.k. bagi  $V$  dan nyatakan taburannya.
- (iii) Adakah  $U$  dan  $V$  saling tak bersandar?
- (iv) Dapatkan nilai dijangka bagi  $F = \frac{U}{\sqrt{V}}$ .

(50/100)

5. (a) Andaikan  $X$  dan  $Y$  adalah dua p.r. tak bersandar dan setiap p.r. mempunyai fungsi penjana momen seperti berikut:

$$M_X(t) = e^{t^2+3t}, \quad -\infty < t < \infty$$

Cari f.p.m. bagi  $Z = 2X - 3Y + 4$  dan nyatakan taburan bagi  $Z$ .

(30/100)

(b) Katakan p.r.  $X$  mempunyai taburan diskret seperti berikut:

$$P(X = 0) = \frac{1}{9} \quad P(X = 1) = \frac{4}{9} \quad P(X = 2) = \frac{4}{9}$$

- (i) Dapatkan f.p.m bagi p.r.  $X$  dan camkan taburan bagi  $X$ .
- (ii) Katakan  $X_1, X_2, \dots, X_n$  adalah  $n$  p.r. yang tak bersandar dan setiap p.r. bertaburan seperti  $X$ . Dapatkan f.k.k. bagi  $S = X_1 + \dots + X_n$ .

(30/100)

...5/-

- (c) Katakan  $X_1, X_2, \dots, X_n$  adalah sampel rawak daripada suatu populasi yang bertaburan  $n(0, \sigma^2)$ .  
Diberi

$$U = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{\sigma\sqrt{n}}$$

dan

$$V = \frac{\sum_{i=1}^n X_i^2}{\sigma^2}$$

Dapatkan

- (i) taburan bagi U
- (ii) taburan bagi V.

(40/100)