

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang 1986/87

MAT220 - Persamaan Pembezaan I

Tarikh: 9 April 1987

Masa: 9.00 pagi - 12.00 t/hari
(3 Jam)

Jawab semua soalan; semua soalan mesti dijawab dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Selesaikan

$$x^2 y'' + 5xy' + 20y = 0; y(1) = 0, y'(1) = 2.$$

(20/100)

(b) Selesaikan

$$yy'' + y'^2 = 0.$$

(30/100)

(c) Carikan penyelesaian am bagi

$$y'' + 4y' + 4y = 12xe^{-2x} + 8.$$

(50/100)

2. (a) Selesaikan

$$2xy' - y + 2xy^5 = 0, \quad x > 0. \quad \text{Pela Bernulli}$$

(20/100)

(b) Andaikan y_1 dan y_2 merupakan penyelesaian-penyelesaian bagi

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = 0.$$

Tunjukkan bahawa fungsi Wronskian $W(y_1, y_2)$ merupakan penyelesaian bagi

$$y' + p(x)y = 0.$$

Seterusnya, buktikan bahawa jika $W(y_1, y_2)$ bukan fungsi sifar, maka $W(y_1, y_2)$ tidak pernah mengambil nilai sifar.

(30/100)

(MAT220)

- (c) Andaikan $y_1(x) = 4 \sin x$, $y_2(x) = x \cos x$ dan $y_3(x) = 1 + \cos x$ merupakan penyelesaian-penyelesaian bagi

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = r(x).$$

Dapatkan penyelesaian bagi persamaan di atas yang juga memenuhi syarat-syarat $y(0) = 4$ dan $y'(0) = 8$.

(50/100)

3. (a) Carikan penyelesaian am bagi sistem

$$x'(t) = Ax(t)$$

$$\text{dengan } A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -12 & 0 & 5 \\ 4 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

(60/100)

- (b) Jika $y = y(x)$ dan $x = \tan u$, buktikan bahawa

$$\frac{dy}{du} = (1 + x^2) \frac{dy}{dx}.$$

Ungkapkan $\frac{d^2y}{du^2}$ dalam sebutan x , $\frac{dy}{dx}$ dan $\frac{d^2y}{dx^2}$. Seterusnya, atau dengan cara lain, selesaikan

$$(1 + x^2)^2 y'' + (2x + 3)(1 + x^2)y' + 2y = \tan^{-1} x,$$

$$y(0) = \frac{9}{4} \text{ dan } y'(0) = -\frac{5}{2}. \text{ Apakah nilai } y \text{ apabila}$$

$x \rightarrow 0$?

(40/100)

4. Suatu penyelesaian bagi

$$x^2(1-x)y'' + 2x(2-x)y' + 2(1+x)y = 0$$

berbentuk $y = x^n$. Carikan nilai n . Dapatkan penyelesaian kedua supaya ia tak bersandar secara linear dengan penyelesaian di atas. Seterusnya, carikan penyelesaian am bagi

$$x^2(1-x)y'' + 2x(2-x)y' + 2(1+x)y = x^2(1-x)(x^2 - 2x + 1).$$

(100/100)