

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama  
Sidang 1992/93

Oktober/November 1992

MAT220 - Persamaan Pembezaan I

[Masa: 3 jam]

---

Jawab semua **EMPAT** soalan.

1. (a) (i) Dapatkan penyelesaian khusus bagi

$$(1+x^3)dy - x^2y dx = 0$$

yang memenuhi syarat awal  $y(1) = 2$ .

- (ii) Adakah penyelesaian bagi (i) unik? Berikan penjelasan anda dengan disokong oleh teorem yang berkaitan.

(40/100)

- (b) (i) Tunjukkan bahawa  $\frac{1}{Mx + Ny}$  di mana  $Mx + Ny \neq 0$  adalah suatu faktor pengamir bagi persamaan homogen  $M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$  yang berdarjah  $n$ .

- (ii) Seterusnya, selesaikan

$$(x^4 + y^4)dx - xy^3 dy = 0.$$

Penunjuk:

Teorem Euler.

Jika  $F$  adalah suatu fungsi homogen berdarjah  $k$  dalam  $x$  dan  $y$ , maka,

$$x \frac{\partial F}{\partial x} + y \frac{\partial F}{\partial y} = kF .$$

(60/100)

...2/-

2. (a) Selesaikan persamaan Bernoulli

$$\frac{dy}{dx} + y = y^2 (\cos x - \sin x)$$

(30/100)

- (b) Selesaikan persamaan linear

$$(x + y)dx + (3x + 3y - 4)dy = 0$$

(30/100)

- (c) Selesaikan sistem persamaan linear berikut:

$$\frac{dx}{dt} = 2x + 3y$$

$$\frac{dy}{dt} = 2x + y$$

(40/100)

3. (a) Tentukan bentuk yang sesuai untuk penyelesaian khusus  $y_k(x)$  bagi persamaan

$$y^{iv} + 2y''' + 2y'' = 3e^x + 2xe^{-x} + e^{-x} \sin x$$

(40/100)

- (b) (i) Tentusahkan bahawa  $x$ ,  $x^2$  dan  $x^3$  membentuk suatu sistem asas penyelesaian bagi persamaan homogen yang sepadan dengan persamaan pembezaan

$$x^3 y''' - 3x^2 y'' + 6xy' - 6y = g(x), \quad x > 0.$$

- (ii) Seterusnya, dapatkan suatu penyelesaian khusus yang melibatkan kamiran bagi persamaan pembezaan tak homogen dalam (i).

(60/100)

.../3-

4. (a) Tunjukkan bahawa  $y = x$  adalah suatu penyelesaian bagi persamaan Legendre peringkat satu

$$(1 - x^2)y'' - 2xy' + 2y = 0, \quad -1 < x < 1,$$

dan dapatkan suatu penyelesaian tak bersandar linear kedua.

(50/100)

- (b) Persamaan gerakan bagi suatu jisim  $m$  yang dipaut pada suatu spring diberikan oleh

$$\frac{m}{g} \frac{d^2x}{dt^2} + kx = F$$

di mana  $g$  ialah daya graviti ( $= 9.8 \text{ m/saat}^2$ ),  $x$  ialah pertukaran dalam kedudukan jisim tersebut pada masa  $t$ ,  $k$  ialah pemalar spring dan  $F$  ialah daya yang dikenakan pada jisim tersebut.

Soalan:

Suatu jisim beratnya  $19.6 \text{ g}$  dipaut pada suatu spring di mana  $k = 50 \text{ g/m}$  dan direhatkan. Dapatkan kedudukan jisim tersebut pada masa  $t$  jika suatu daya sama dengan  $4 \sin 2t$  dikenakan padanya.

(50/100)

- ooo00ooo -