UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang 1986/87

MAT209 - Geometri

Tarikh: 16 April 1987 Masa: 9.00 pagi - 12.00 t/hari
(3 Jam)

Jawab soalan 1 dan 3 soalan lain. Semua soalan mesti dijawab dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Diberikan ΔABC dengan koordinat-koordinat $A:(1,2,1)$; $B:(0,1,1)$ dan $C:(\alpha,0,1)$. Cari nilai α supaya luas $\Delta ABC = 2$.

(10/100)

(b) Diberikan $\pi : 2x + y - z + 5 = 0$ adalah suatu persamaan satah. Cari nilai a supaya (a, 2a, 3) berada pada sebalah yang bertentangan dengan (1,0,5) terhadap π.

(10/100)

(c) Cari pusat separuh pusingan H, jika $H(x,y) = (4-x,2-y)$ $\forall\ (x,y) \in E^2$.

(10/100)

(d) Katakan $\ell : \underset{\sim}{P} = \langle 1,0,1\rangle + t\langle 0,1,1\rangle$ adalah garis yang berserenjang kepada satah yang melalui titik (1,0,2). Cari persamaan satah.

(10/100)

(e) Katakan $A:(1,1,1)$; $B:(5,2,1)$; $C:(4,\alpha,1)$ adalah sesatah. Cari nilai α supaya A, B dan C segaris.

(10/100)

(f) Cari persamaan garis m, jika $H_A = M_m M_\ell$ yang mana $A:(1,0)$ dan garis ℓ melalui (2,1).

(10/100)

(g) Katakan ΔABC tidak melalui 0, dan P terletak pada satah ABC supaya $\underset{\sim}{P} = 2\underset{\sim}{A} + \underset{\sim}{B} - 2\underset{\sim}{C}$. Cari luas ΔPBC : luas ΔABC.

(10/100)

(h) Katakan P:(2,1); P':(3,2); Q:(4,5); Q':(2,4) dan $H_A(P) = P'$, $M_\ell(P) = Q$ dan $M_\ell(P') = Q'$.
Cari imej kepada (4,5) di bawah pemetaan $M_\ell H_A M_\ell$.

(10/100)

(i) Katakan A:(1,2,0); B:(3,1,1). Cari imej (1,0,0) di bawah pemetaan $H_A H_B$.

(10/100)

(j) Jika B adalah titik tengah AC, apakah transformasi yang memetakan (i) AB ke CB, (ii) AB ke BC.

(10/100)

2. (a) Jika OABC sebuah tetrahedron dengan OA bersudut tepat kepada BC,dan OC bersudut tepat kepada AB, maka buktikan OB bersudut tepat kepada AC dan

$$|\vec{OA}|^2 + |\vec{BC}|^2 = |\vec{OB}|^2 + |\vec{CA}|^2 = |\vec{OC}|^2 + |\vec{AB}|^2$$

(20/100)

(b) (i) Buktikan $|\underset{\sim}{u} + \underset{\sim}{v}| = |\underset{\sim}{u} - \underset{\sim}{v}|$ jika dan hanya jika $\underset{\sim}{u} \perp \underset{\sim}{v}$.

(ii) Jika dua sisi AB dan CD kepada tetrahedron ABCD adalah bersudut tepat maka buktikan jarak dari titik tengah AC ke titik tengah BD adalah sama dengan jarak dari titik tengah AD ke titik tengah BC.

(25/100)

(c) Median-median kepada ΔPQR membahagikannya kepada enam segitiga. Jika sentroid setiap segitiga membentuk sebuah hexagon ABCDEF maka tunjukkan

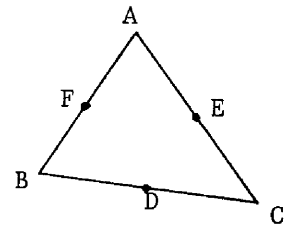
(i) Perimeter hexagon ABCDEF = $\frac{1}{2}$ (Perimeter ΔPQR).

(ii) Luas hexagon ABCDEF = $\frac{13}{36}$ (luas ΔPQR).

(30/100)

.../3

(d) Diberi sebuah ΔABC dengan perimeter S. Kita gunakan tatanda [PQR] mewakili $|\vec{PQ}| + |\vec{QR}|$. Titik D pada BC disebut titik tengah perimeter bermula dari A jika [ABD] = [DCA]. Jika E dan F masing-masing titik tengah perimeter bermula dari B dan C maka tunjukkan AD, BE dan CF bersetemu.



(25/100)

3. (a) Sebuah tetrahedron OABC berbucu di asalan 0 dan titik-titik A:(1,1,0), B:(0,1,0) dan C:(1,1,1). Cari

(i) Persamaan permukaan ABC.

(ii) Isipadu tetrahedron OABC.

(iii) Titik unjuran 0 ke atas satah ABC.

(iv) Jarak dari 0 ke satah ABC

(v) Sudut di antara permukaan OAB dengan permukaan OBC.

(30/100)

(b) Katakan ℓ adalah persamaan garislurus persilangan dua satah

$$\pi_1 : x + y - z + 1 = 0$$

$$\pi_2 : x - y + z + 3 = 0$$

dan m adalah garislurus persilangan dua satah

$$\pi_3 : x + y + z + 1 = 0$$

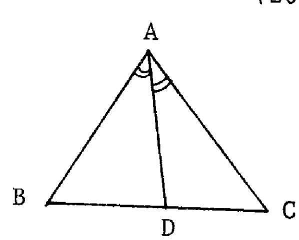
$$\pi_4 : y = 0.$$

Tentukan sama ada garis ℓ dan m sesatah. Jika tidak, cari jarak terdekat di antara keduanya.

(20/100)

(c) Diberi sebuah segitiga ABC. Jika AD adalah pembahagi dua sama $\measuredangle BAC$, maka tunjukkan

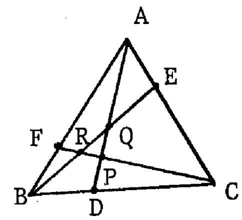
$$\frac{|\vec{BD}|}{|\vec{DC}|} = \frac{|\vec{AB}|}{|\vec{AC}|}$$



Jika P dan P' titik-titik dalam ΔABC sedemikian $\sphericalangle CBP = \sphericalangle PBP' = \sphericalangle P'BA$, $\sphericalangle ACP' = \sphericalangle P'CP = \sphericalangle PCB$ maka tunjukkan $\sphericalangle BP'P = \sphericalangle PP'C$.

(25/100)

(d) D, E dan F masing-masing membahagikan BC, CA dan AB dalam nisbah 1:2, 3:1 dan 2:1. Garis-garis AD, BE dan CF membentuk suatu segitiga PQR. Cari (luas ΔPQR) : (luas ΔABC).



(25/100)

4. (a) Beri takrif Isometri.

(5/100)

(b) Di bawah suatu putaran R; (0,0) di petakan ke (4,2); (1,1) ke (3,1). Cari pusat dan sudut putaran R.

(20/100)

(c) Jika H_A, H_B dan H_C adalah 3 separuh pusingan maka buktikan $H_A H_B H_C$ adalah suatu separuh pusingan. Kemudian tunjukkan $H_A H_B H_C = H_C H_B H_A$.

(20/100)

(d) (i) Jika S adalah suatu Isometri tak langsung maka buktikan S^2 adalah suatu translasi.

(10/100)

(ii) Jika M_ℓ, M_m dan M_n adalah 3 pantulan maka buktikan $(M_\ell M_n M_m)^2 = T$ yang mana T merupakan suatu translasi, kemudian tunjukkan $(M_m M_n M_\ell M_m M_n)^2$ adalah suatu translasi pada arah selari dengan garis ℓ.

[Petunjuk: $(M_\ell M_m M_n)^2$, dan $(M_m M_n M_\ell)^2$ bertukar tertib]

(20/100)

.../5

(e) Di bawah suatu transformasi $T : E^2 \to E^2$

$T : (x,y) \to (-y+1, -x+1)$.

Cari titik-titik invarian.
Tentukan sama ada T adalah suatu pantulan, jika T adalah suatu pantulan cari persamaan garis pantulan.

(25/100)

5. (a) Buktikan $M_\ell T_{\underset{\sim}{a}}$ merupakan suatu pantulan jika dan hanya jika $\underset{\sim}{a}$ bertegak lurus dengan ℓ.

(20/100)

(b) Tunjukkan $T_{\underset{\sim}{a}}\, M_\ell\, T_{\underset{\sim}{a}}^{-1}$ adalah suatu pantulan.
Andaikan $\underset{\sim}{a} = \langle 2, 5 \rangle$ dan $\ell : 3x + y = 1$, maka cari persamaan paksi pantulan ini.

(25/100)

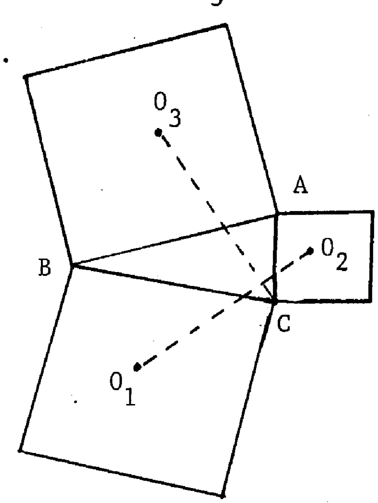
(c) Andaikan ΔABC adalah sebuah segitiga dan $M_{BC}(A) = A'$ $M_{CA}(B) = B'$ dan $M_{AB}(C) = C'$ yang mana M_{BC}, M_{CA} dan M_{AB} masing-masing adalah pantulan pada garis BC, CA dan AB. Buktikan AA', BB' dan CC' setemu.

(25/100)

(d) Diberi sebuah ΔABC. Jika segiempat-segiempat sama dengan pusat-pusat 0_1, 0_2 dan 0_3 dibina sebelah luar sisi-sisi BC, CA dan AB, maka buktikan

$0_1 0_2$ bersudut tepat kepada $C0_3$ dan

$|\vec{0_1 0_2}| = |\vec{C0_3}|$.



(30/100)

- oooOooo -