

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Tambahan
Sidang 1993/94

Jun 1994

MAT 201 - KALKULUS LANJUTAN

Masa : 3 jam

Jawab semua LIMA soalan.

1. (a) Lakarkan domain kamiran dan cari nilai kamiran berikut

(i) $\int_0^1 \int_{x^3}^{x^2} (x + 2y) dy dx$

(ii) $\int_0^1 \int_y^1 e^{2x^2} dx dy$

- (b) Jika $w = \ln(2x^2 + y^2 + 4z^2)$, $x = r - 2s$, $y = r + s$, $z = rs$, cari

$$\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_{y,z}, \left(\frac{\partial w}{\partial s}\right)_r \text{ dan } \left(\frac{\partial w}{\partial r}\right)_s.$$

Jika nilai r dan s masing-masing bertambah sebanyak 1% dan 0.5%, apakah peratusan penambahan w apabila $r = 1$, $s = -1$?

- (c) Tunjukkan bahawa

$$\text{Had}_{n \rightarrow \infty} \frac{4n + 2}{n + 1} = 4$$

melalui konsep ϵ , N .

(100/100)

.../2

2. (a) Jika u, v adalah fungsi dari x, y yang ditakrifkan secara tersirat oleh dua persamaan

$$x + u^2 + v^2 - 18 = 0, \quad y^2 - 3uv + x + 10 = 0$$

cari $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}$.

Jika $dx = 0.02, dy = 0.01$ dan $(x, y, u, v) = (1, 1, 4, 1)$ apakah du dan dv ?

- (b) Tentukan sama ada siri berikut menumpu atau mencapah

(i) $\sum_{n=1}^{\infty} n^3 e^{-n}$, (ii) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta^n}{n!}$, β pemalar

(iii) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^2}$, (iv) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\ln n}$.

- (c) Katakan $u = f(x, y)$ dan $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$.

Tunjukkan bahawa

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} = 0$$

jika $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$.

(100/100)

.../3

3. (a) Cari had bagi setiap jujukan berikut jika ianya wujud

$$(i) a_n = \frac{(\ln n)^2}{n}, \quad (ii) a_n = ne^{-\alpha n}, \alpha > 0, \text{ pemalar}$$

$$(iii) a_n = \frac{4n^2 + 6}{3n^2 + 1} \quad (iv) a_n = \cos\left(\frac{2n + 1}{4n^2}\right)$$

(b) Tentukan sama ada kamiran tak wajar berikut menumpu atau mencapah. Jika menumpu, cari nilainya

$$(i) \int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}} \quad (ii) \int_2^{\infty} xe^{-\alpha x^2} dx, \alpha > 0 \text{ pemalar}$$

$$(iii) \int_0^1 x \ln x dx.$$

(c) Cari isipadu bungkah yang dibatasi oleh permukaan $z = 4 - x^2 - y$ dan kawasan segiempat $D = \{(x, y) \mid x \in [0, 1], y \in [0, 2]\}$

(100/100)

4. (a) Lakarkan graf bagi

$$r = 3 + \cos \theta, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi.$$

Cari luas kawasan yang terkandung dalamnya.

(b) Cari selang penumpuan bagi siri $\sum \frac{x^n}{ne^n}$

.../4

- (c) Cari dan tentukan maksimum dan minimum untuk fungsi berikut

$$f(x,y) = x^2 + xy + 3y^2$$

Cari nilai ekstrimum di dalam bulatan

$$D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$$

(100/100)

5. (a) Jika $x^2 + y^3 - 2z^2 = 4$, cari z_x , y_z .

- (b) Berikan rumus siri Taylor bagi suatu fungsi f di sekitar titik $x = a$.
Dapatkan siri Taylor bagi fungsi berikut di sekitar $x = 0$.

$$f(x) = \ln(1+x).$$

Di manakah siri ini menumpu? Seterusnya dapatkan siri Taylor untuk $\frac{1}{1+x}$. Apakah selang penumpuan bagi siri ini?

- (c) Nilaikan

$$\int_0^1 \int_0^x \int_0^{x-y} x \, dz \, dy \, dx$$

(100/100)

- ooo000ooo -