

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA  
Peperiksaan Semester Tambahan  
Sidang 1986/87

MAT201 - Kalkulus Lanjutan

Tarikh: 24 Jun 1987

Masa: 9.00 pagi - 12.00 tgh.  
(3 jam)

Jawab LIMA soalan; semua soalan mesti dijawab dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Cari semua nilai  $p$  supaya  $\int_2^{\infty} \frac{\log x}{x^p} dx$  menumpu.

(40/100)

(b) Cari titik pada lengkungan  $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 1$  yang letak titik itu dari asalan paling dekat dan paling jauh.

(60/100)

2. (a) Tunjukkan jujukan  $\{X_n\}$  dengan  $X_n = (3^n + 4^n)^{1/n}$

(i) menyusut

(ii) terbatas

(iii)  $0 \leq \lim_{n \rightarrow \infty} X_n \leq 10$ .

(30/100)

(b) Buktikan jika  $\sum_{i=1}^{\infty} a_i$  menumpu maka  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ .

(30/100)

(c) Cari nilai  $\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} e^{-(s^2+t^2)} ds dt$ .

Kemudian cari  $\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(s^2+t^2)} ds dt$ , dan dapatkan

nilai  $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-p^2} dp$ .

(40/100)

.../2

3. (a) Cari had-had berikut:

(i)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (-1,0)} \sqrt{x^2 + y^2} + 1$

(ii)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2 + y^2}$

(iii)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$

(30/100)

(b) Selesaikan  $\int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-y^2}}^{\sqrt{4-y^2}} (4-y) dx dy$ .

(30/100)

(c) Tunjukkan siri berikut menumpu.

(i)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+2)}{n(n+1)}$

(ii)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} n}{2^n}$

(40/100)

4. (a) Tentukan sama ada

$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} & , (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & , (x,y) = (0,0) \end{cases}$

selanjur di titik (0,0) atau tidak.

(40/100)

(b) Buktikan bahawa  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x - a)^n$  dan  $\sum_{n=1}^{\infty} n a_n (x-a)^{n-1}$

mempunyai jejari penumpuan yang sama.

(30/100)

.../3

- (c) Cari fungsi yang mewakili siri kuasa  $\sum_{n=3}^{\infty} n(n-1)x^{n-2}$  dan nyatakan selang penumpuannya. Kemudian cari nilai siri

$$\frac{3 \cdot 2}{2} + \frac{4 \cdot 3}{2^2} + \frac{5 \cdot 4}{2^3} + \dots$$

(30/100)

5. (a) Hitung luas permukaan silinder  $x^2 + z^2 = 6$  yang dibatasi oleh  $x = 0$ ,  $x = 2$ ,  $y = 0$  dan  $y = 3$  dengan menggunakan kamiran berganda.

(30/100)

- (b) Tunjukkan siri Taylor bagi  $\log(1-x)$  disekeliling titik 0 ialah

$$\log(1-x) = -x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \dots - \frac{x^n}{n} - \dots \text{ bagi } |x| < 1.$$

Kemudian tuliskan  $\log(1+x)$  di dalam bentuk siri bagi  $|x| < 1$  dan tunjukkan bahawa

$$\log \frac{1+x}{1-x} = 2\left(x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \dots\right).$$

Cari nilai siri

$$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 3^3} + \frac{1}{5 \cdot 3^5} + \frac{1}{7 \cdot 3^7} + \dots$$

Gunakan siri  $\log(1+x)$  untuk mencari siri bagi  $\frac{1}{1+x}$  dan nyatakan selang penumpuannya.

(70/100)

6. (a) Cari perimeter (panjang keliling) maksimum bagi segi-empat tepat yang boleh dimasukkan ke dalam elips

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad a, b > 0$$

dengan anggapan bahawa sisi segiempat itu selari dengan paksi koordinat.

Kemudian dapatkan perimeter maksimum bagi segiempat tepat yang boleh dimasukkan ke dalam bulatan

$$x^2 + y^2 = a^2, \quad a > 0.$$

(70/100)

- (b) Nilai  $\iint_A (x^2 + y^2)^{-\frac{1}{2}} dx dy$ , A rantau di sukuan pertama yang terletak di dalam bulatan  $x^2 + y^2 = 2x$  dan di luar bulatan  $x^2 + y^2 = 1$ .

(30/100)

- oo0oo -