UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Tambahan

Sidang 1988/89

Jun 1989

MAT163 - Statistik Permulaan

Masa: 3 Jam

Jawab SEMUA soalan.

1. (a) Jadual berikut menunjukkan taburan markah bagi satu ujian.

Markah	Kekerapan
40 - 49	5
50 - 59	12
60 - 69	10
70 - 79	8
80 - 89	4
90 - 99	1

(i) Hitung min dan varians dengan menggunakan transformasi

$$u_i = \frac{1}{10}(x_i - 64.5)$$

(ii) Lukiskan ogif 'kurang dari' bagi data tersebut.

(iii) Guru yang memberikan ujian itu telah berjanji bahawa pelajar-pelajar yang mendapat markah di dalam kategori 20% tertinggi akan diberi hadiah. Dengan menggunakan ogif di atas, tentukan markah minimum yang akan membolehkan seorang pelajar mendapat hadiah.

(iv) Jika markah untuk lulus ialah 50, dapatkan peratusan pelajar yang gagal di dalam ujian itu.

(v) Daripada ogif di atas, dapatkan peratusan pelajar yang mendapat markah kurang daripada purata markah ujian tersebut.

(60/100)

(b) Pertimbangkan fungsi f(x) berikut:

$$f(x) = \frac{(|x| + 1)^2}{9}, \quad x = -1, 0, 1$$
$$= 0 \qquad \text{di tempat lain}$$

(i) Tunjukkan bahawa $f(x)$ merupakan satu fungsi kebarangkalian bagi pembolehubah rawak X.

(ii) Hitung $E[X]$, $E[X^2]$ dan $E[3X^2 - 2X + 4]$.

(20/100)

(c) Andaikan X mempunyai fungsi kebarangkalian berikut:

$$f(x) = \frac{1}{5}(a-1)x, \qquad x = 0,1,2,3,4$$

$$= 0 \qquad \text{di tempat lain.}$$

Dapatkan nilai a dan kemudian dapatkan $P(X = 2 \text{ atau } 3)$.

(20/100)

2. (a) Sebuah kotak mengandungi 4 biji bola merah dan sebiji bola hitam. Satu sampel bersaiz $n = 10$ telah diambil dengan cara satu demi satu dengan penggantian. Andaikan X menandakan bilangan bola hitam di dalam sampel tersebut.

(i) Nyatakan taburan bagi X dan tuliskan fungsi kebarangkaliannya.

(ii) Dapatkan kebarangkalian dua biji bola hitam dipilih.

(iii) Dapatkan kebarangkalian sekurang-kurangnya dua biji bola hitam dipilih.

(40/100)

(b) Di sebuah sekolah terdapat 200 orang pelajar berasal daripada luar bandar dan 100 orang yang berasal daripada bandar. Andaikan kebarangkalian untuk lulus peperiksaan ialah 0.6 jika pelajar berasal daripada luar bandar dan 0.8 jika pelajar berasal daripada bandar.

(i) Dapatkan kebarangkalian bahawa seorang pelajar yang dipilih secara rawak dari sekolah tersebut berasal daripada luar bandar dan lulus peperiksaan.

(ii) Jika seorang pelajar yang dipilih lulus peperiksaan, apakah kebarangkalian pelajar tersebut berasal daripada luar bandar.

(30/100)

(c) Andaikan X dan Y mempunyai fungsi ketumpatan kebarangkalian tercantum

$$f(x,y) = 12xy(1-y), \quad 0 < x < 1, \quad 0 < y < 1$$

$$= 0 \qquad \text{di tempat lain.}$$

Dapatkan fungsi ketumpatan kebarangkalian sut bagi X dan Y. Adakah X dan Y tak bersandar?

(30/100)

3. (a) Andaikan X mempunyai fungsi ketumpatan kebarangkalian

$$f(x) = \tfrac{1}{4} \quad , \quad -2 < x < 2$$
$$= 0 \qquad \text{di tempat lain.}$$

(i) Dapatkan fungsi taburan $F(x) = P(X \leqslant x)$.

(ii) Andaikan median ditakrifkan sebagai satu nombor x_m supaya kawasan di bawah $f(x)$ adalah sama bagi sebelah kiri dan sebelah kanan x_m, iaitu

$$P(X \leqslant x_m) = P(X \geqslant x_m).$$

Dapatkan nilai x_m bagi taburan ini.

(30/100)

(b) Andaikan $X_1, X_2, \ldots, X_n$ merupakan n pembolehubah rawak normal yang tak bersandar, masing-masing dengan min $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_n$ dan varians $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \ldots, \sigma_n^2$.

(i) Dapatkan min dan varians bagi fungsi linear $Y = \sum_{i=1}^{n} c_i X_i$, dengan $c_1, c_2, \ldots, c_n$ pemalar. Apakah taburan bagi Y?

(ii) Dengan menggunakan keputusan di bahagian (i), hitung

$$P(X_2 - X_1 > 0)$$

dengan X_1 dan X_2 merupakan pembolehubah rawak tak bersandar,masing-masing dengan taburan $N(4,9)$ dan $N(7, 16)$.

(iii) Andaikan $\bar{X}_1$ dan $\bar{X}_2$ mewakili min sampel rawak yang bersaiz 4 setiap sampel, masing-masing daripada taburan normal di bahagian (ii). Hitung $P(\bar{X}_2 - \bar{X}_1 > 0)$.

(50/100)

(c) Andaikan $X_1, X_2, \ldots, X_{100}$ merupakan sampel rawak daripada taburan $N(\mu, 9)$ dan $Y_1, Y_2, \ldots, Y_{100}$ merupakan sampel rawak daripada taburan $N(\mu, 16)$. Dapatkan kebarangkalian selang $(\frac{1}{2}(\bar{X} + \bar{Y} - 1), \frac{1}{2}(\bar{X} + \bar{Y} + 1)$ akan mengandungi μ.

(20/100)

4. (a) Andaikan hasil keluaran sejenis padi bertaburan normal dengan sisihan piawai 40 gantang se ekar. Dari satu sampel rawak yang terdiri daripada 30 ekar yang ditanam dengan padi tersebut, purata hasilnya ialah 780 gantang se ekar.

(i) Dapatkan selang keyakinan 95% bagi min hasil sebenar padi tersebut.

(ii) Jika kita ingin mempunyai 95% keyakinan bahawa min sampel berada di antara 10 gantang dari min hasil sebenar, berapa ekarkah harus dipilih sebagai sampel?

(iii) Andaikan padi jenis ini sepatutnya mengeluarkan hasil sebanyak 800 gantang se ekar. Berdasarkan satu ujian hipotesis, bolehkah kita buat kesimpulan bahawa hasil yang diperolehi telah berubah daripada nilai yang dijangkakan itu. Guna $\alpha = 0.05$.
Adakah selang keyakinan di bahagian (i) mengukuhkan lagi kesimpulan yang dibuat. Jelaskan.

(60/100)

(b) Andaikan kotak A mengandungi 100 biji bola merah dan 200 biji bola putih dan kotak B mengandungi 200 biji bola merah dan 100 biji bola putih. Andaikan p menandakan kebarangkalian mendapat bola merah daripada sesebuah kotak. Nilai p tidak diketahui oleh kerana bola merah tersebut mungkin diperolehi daripada kotak A atau kotak B. Oleh itu kita ingin menguji hipotesis nol $H_o : p = 1/3$ melawan hipotesis alternatif $H_a : p = 2/3$. Pilih tiga biji bola secara rawak dengan penggantian daripada kotak yang terpilih. Andaikan X menandakan bilangan bola merah yang dipilih.

(i) Senarai ruang sampel bagi ujikaji ini dan hubungkan nilai-nilai X dengan ruang sampel tersebut.

(ii) Dapatkan rantau genting bagi ujian hipotesis di atas berdasarkan pembolehubah rawak X.

(iii) Hitung ralat jenis I dan ralat jenis II.

(40/100)

5. (a) Satu ujikaji telah dijalan untuk membanding min bilangan sejenis cacing di dalam perut biri-biri yang telah diberi rawatan melawan min bilangan cacing bagi biri-biri yang belum diberi rawatan. Satu sampel 14 ekor biri-biri yang diserang jangkitan cacing tersebut di bahagikan kepada dua bahagian secara rawak. Tujuh ekor daripada biri-biri itu telah diberi rawatan sementara tujuh ekor lagi tidak diberi sebarang rawatan. Selepas enam bulan, bilangan cacing di dalam biri-biru tersebut dihitung. Uji hipotesis yang mengatakan bahawa rawatan yang diberikan itu boleh mengurangkan bilangan cacing. Guna $\alpha = 0.05$.

X : Dengan Rawatan	18	43	28	50	16	32	13
Y : Tanpa Rawatan	40	54	26	63	21	37	39

$$\sum_{i=1}^{7} x_i = 200 \qquad \sum_{i=1}^{7} y_i = 280$$

$$\sum_{i=1}^{7} x_i^2 = 6906 \qquad \sum_{i=1}^{7} y_i^2 = 12,492.$$

(50/100)

(b) Kedai-kedai di bandar Kajang biasanya ditutup pada hari Ahad. Sebuah kedai bercadang untuk membukanya jika didapati sekurang-kurangnya 25% dari pelanggan tetapnya menyatakan sanggup untuk membeli-belah pada hari Ahad. Satu kajiselidik dibuat terhadap 50 isi rumah di sekitar bandar Kajang. Daripada 50 didapati hanya 18% sahaja dapat dianggap sebagai pelanggan tetap kedai tersebut. Daripada bilangan ini pula, cuma 7 sahaja menyatakan sanggup membeli-belah pada hari Ahad.

(i) Haruskah kedai ini menjalankan perniagaan pada hari Ahad? Jalankan satu ujian hipotesis pada aras keertian 5%.

(ii) Dapatkan selang keyakinan 95% bagi kadaran sebenar pelanggan tetap kedai tersebut.

(iii) Uji hipotesis bahawa kadaran sebenar pelanggan tetap kedai tersebut adalah melebihi 45% daripada penduduk di sekitar bandar Kajang.

(50/100)

- oooOOooo -