

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang 1986/87

MAT114 - Algebra Linear

Tarikh: 6 April 1987

Masa: 9.00 pagi - 12.00 t/hari

(3 Jam)

Jawab semua soalan; semua soalan mesti dijawab dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Tentukan nilai-nilai x supaya matriks

$$\begin{bmatrix} x & 4 & 1 \\ 0 & x+1 & 0 \\ 2 & 3 & x-1 \end{bmatrix}$$

merupakan matriks singular.

(20/100)

- (b) Andaikan

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & -2 \\ 0 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

- (i) Dapatkan songsang A .
- (ii) Nilaikan penentu matriks A .
- (iii) Dengan menggunakan (i) dan (ii) sahaja, dapatkan matriks adjoin A .
- (iv) Wujudkah vektor tak sifar x supaya $Ax = 0$?
Jelaskan jawapan anda.

(80/100)

2. (a) Andaikan

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Lambangkan ruang nol A dengan $N(A)$, iaitu,
 $N(A) = \{x \in \mathbb{R}^5 : Ax = 0\}$.

- (i) Dapatkan suatu asas bagi $N(A)$.
- (ii) Nyatakan pangkat A .
- (iii) Apakah hubungan di antara pangkat A , matra $N(A)$ dan bilangan lajur A ?

(60/100)

(b) Andaikan

$$S = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$

- (i) Nyatakan syarat yang perlu dan cukup supaya vektor $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ boleh diungkapkan sebagai gabungan linear vektor-vektor di dalam S .
- (ii) Bolehkah $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ ditulis sebagai gabungan linear vektor-vektor di dalam S ?

(40/100)

3. (a) Andaikan A matriks $n \times n$ dan λ nilai eigen A . Kenapakah set $\{x \in \mathbb{R}^n : x \text{ vektor eigen yang sepadan dengan } \lambda\}$ bukan subruang \mathbb{R}^n ?

Ruang eigen yang dikaitkan dengan nilai eigen λ ialah set $\{x \in \mathbb{R}^n : Ax = \lambda x\}$. Buktikan bahawa ruang eigen merupakan subruang \mathbb{R}^n .

(40/100)

(b) Andaikan

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

- (i) Berikan polinomial cirian A .
- (ii) Carikan nilai-nilai eigen A .

(MAT114)

- (iii) Bagi setiap nilai eigen, dapatkan suatu asas ruang eigen yang dikaitkan dengannya dan nyatakan matra ruang eigen tersebut.
- (iv) Dapatkan matriks tak singular P dan matriks pepenjur D supaya

$$P^{-1}AP = D.$$

(60/100)

4. (a) Andaikan $B = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ merupakan set vektor-vektor di dalam \mathbb{R}^n , setiap v_i bukan vektor sifar dan $v_i^T v_j = 0$, $i \neq j$, $1 \leq i, j \leq n$. Buktikan bahawa B tak bersandar secara linear.

(30/100)

- (b) Andaikan $B = \{u, v, w\}$ merupakan set vektor-vektor di dalam suatu ruang vektor. Jika B tak bersandar secara linear, adakah $C = \{u + v - 2w, u - v - w, u + w\}$ juga tak bersandar secara linear? Buktikan.

(20/100)

- (c) Jika A matriks simetri pencong dan setiap pemasukannya bernilai nyata, buktikan bahawa setiap nilai eigen A merupakan nombor khayalan atau sifar.

(50/100)

- oooOooo -