

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

PEPERIKSAAN SEMESTER TAMBAHAN
SIDANG AKADEMIK 1993/94

MAT 101 - Kalkulus

Masa: 3 Jam

Jawab **SEMUA** soalan.

1(a) Dapatkan terbitan setiap fungsi berikut:

(i) $f(x) = \frac{1 + 9x^2}{\tan^{-1}(3x)}$

(ii) $f(x) = e^{x^2} \log_2(2x)$

(iii) $y = (2x)^{\sin x}$

(40/100)

(b) Jika $f(3) = 1$, $f(x) = \ln(x^2 + 2)$ dan $g'(x) = 4x$, dapatkan $(g \circ f^{-1})'(1)$.

(15/100)

(c) Nilaikan setiap had berikut:

(i) $\lim_{x \rightarrow \infty} x - \sqrt{x^2 - x}$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^{-1}(3x) - 3xe^x}{1 + x \cos x - e^x}$

(iii) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (x^2 + e^{2x})^{1/\sin x}$

- (iv) had $f(x)$ jika f memenuhi
 $x \rightarrow 0$

$$\frac{(x + 2) \sin x}{x} \leq f(x) \leq \frac{x^2 - 2x - 8}{x^2 - 3x - 4}$$

(45/100)

- 2(a) Dengan menggunakan pembeza, cari nilai anggaran $\sqrt[4]{14}$.

(15/100)

- (b) Andaikan $f(x) = \frac{4 + x - x^2}{(x - 2)^2}$.

Cari

- (i) asimptot graf f
- (ii) selang f menokok dan menyusut
- (iii) selang graf f cekung ke atas dan cekung ke bawah
- (iv) nilai ekstremum setempat
- (v) titik lengkok balas

Lakarkan graf f .

(45/100)

- (c) Tentukan pekali a , b , c dan d supaya $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ mempunyai nilai maksimum setempat 8 pada $x = -1$ dan titik lengkok balas pada $(1, -4)$.

(20/100)

- (d) Tunjukkan bahawa persamaan $x^3 + e^x = 0$ mempunyai hanya satu punca nyata.

(20/100)

3(a) Cari fungsi f yang memenuhi

$$\int_2^{3x} f(t) dt = \frac{81}{4}x^4 - 9x^2 + 12x - 6.$$

(20/100)

(b) Nilaikan setiap kamiran berikut:

(i) $\int_1^{\sqrt{13}} 3x \sqrt{3 + x^2} dx$

(ii) $\int_{-3}^1 |e^{x+2} - 1| dx$

(iii) $\int x^2 e^{2x} dx$

(iv) $\int \frac{1}{x^2 \sqrt{x^2 + 16}} dx$

(v) $\int \frac{1}{2 - 2 \sin x} dx$

(vi) $\int \frac{7x^2 + 3x + 1}{3x(x^2 + 1)} dx$

(80/100)

4(a) Andaikan

$$f(x) = \begin{cases} e^x, & x > 0 \\ 2x + 1, & x \leq 0 \end{cases}$$

(i) Tunjukkan f selanjar pada semua nombor.

- (ii) Tunjukkan f terbezakan pada semua nombor kecuali pada $x = 0$.
Nyatakan terbitan fungsi f .

(35/100)

- (b) Cari isipadu pepejal yang dijanakan dengan mengisar rantau yang dibatasi oleh graf $y = 4 - x^2$ dan $y = 0$ pada garis $x = -4$.

(30/100)

- (c) Dapatkan nombor pada $[0, \ln 3]$ yang memenuhi kesimpulan Teorem Nilai Min untuk kamiran bagi

$$\int_0^{\ln 3} \frac{4e^{2x}}{1 + e^{2x}} dx.$$

Ungkapkan jawapan di dalam sebutan \ln .

(35/100)