

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA
Peperiksaan Semester Tambahan

Sidang 1988/89

Jun 1989

MAT101 - Kalkulus

Masa: 3 Jam

Jawab SEMUA soalan.

Mulakan jawapan kepada setiap soalan pada halaman yang baru.
Kertas ini mengandungi 4 soalan dan 3 halaman.
Setiap soalan diperuntukkan 100 markah.

1. (a) Selesaikan

- (i) $\frac{x}{x-3} < 4$,
- (ii) $|3 + 2x| < |4 - x|$,
- (iii) $x^3 \geq 6x^2 - 5x$,
- (iv) $0 < |x - 5| < 9$.

(40/100)

(b) Buktikan bahawa untuk semua nombor nyata a dan b,

$$|a + b| \leq |a| + |b|.$$

(20/100)

(c) (i) Cari domain dan julat f jika f ditakrifkan sebagai

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x^2 - 1}$$

(ii) Buktikan bahawa $(f \circ g)$ merupakan fungsi satu dengan satu jika

$$f(x) = \frac{x}{x-1} \text{ dan } g(x) = x + 1.$$

Seterusnya, dapatkan $(f \circ g)^{-1}$.

(iii) Andaikan f merupakan fungsi yang ditakrifkan sebagai

$$f(x) = \frac{x + a}{x + 2}.$$

Cari nilai a jika $f(2) = f^{-1}(2)$.

(40/100)

2. (a) Nilailkan

(i) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 + 2x - 3}$,

(ii) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - (1/x^3)}{1 - (1/x^2)}$,

(iii) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + |x - 1| - 1}{|x - 1|}$,

(iv) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 - 3x})$.

(25/100)

(b) Andaikan f merupakan suatu fungsi yang ditakrifkan pada suatu selang terbuka yang mengandungi c . Dengan menggunakan konsep ϵ dan δ ,

(i) takrifkan $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$,

(ii) nyatakan apakah yang dimaksudkan dengan pernyataan bahawa f selanjar pada c ,

(iii) buktikan bahawa f yang ditakrifkan sebagai $f(x) = 3x - 2x^2$ selanjar pada $c = 1$.

(55/100)

(c) Tentukan adakah f selanjar pada c jika

$$f(x) = \begin{cases} 2 - 5x^2 & , x < 0 \\ 2 & , x = 0 \\ \sqrt{4 - x^2} & , 0 < x < 2 \end{cases}$$

dan $c = 0$.

(20/100)

3. (a) Dapatkan $\frac{dy}{dx}$ jika

(i) $y = \frac{3x^4 - 2x^2 + x}{3x^2}$,

(ii) $y = ((x^2 + 1)^2 + 1)^2 + 1$,

(iii) $y = 3 \sin 2x \cos^2 4x$,

(iv) $x^2 + xy^2 = 6$. Seterusnya nilaikan $\frac{dy}{dx}$ apabila $x = 2$ dan $y > 0$.

(25/100)

(b) Dapatkan penghampiran kepada $\sqrt[4]{83}$ tepat kepada 4 titik perpuluhan dengan menggunakan pembeza.

(15/100)

(c) Dapatkan hasil tambah nombor-nombor yang memenuhi Teorem Nilai Min bagi

$$f(x) = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + 4 \quad \text{jika } 0 \leq x \leq 4.$$

(15/100)

(d) Untuk fungsi f yang ditakrifkan sebagai

$$f(x) = \frac{x^2}{(x - 2)^2},$$

- (i) dapatkan domain dan julat f ,
- (ii) kesemua asimptot graf f , jika wujud,
- (iii) selang f menokok dan selang f menyusut,
- (iv) selang graf f cekung ke atas dan selang graf f cekung ke bawah,
- (v) nilai-nilai ekstremum setempat f dan titik lengkok balas jika wujud.

Seterusnya,

- (vi) lakarkan graf f .

(45/100)

.../4

4. (a) Nilaikan

$$(i) \int \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}, \quad (ii) \int \frac{dx}{x(x^2+x+1)},$$

$$(iii) \int \frac{dx}{x^2+6x+10}, \quad (iv) \int \frac{3 dx}{8+7 \cos x},$$

$$(v) \int \sin^3 x \cos^4 x dx, \quad (vi) \int \tan^4 x dx,$$

$$(vii) \int \frac{dx}{1+\sqrt{x}}.$$

(70/100)

(b) Cari fungsi f jika

$$\int_0^{2x} f(t) dt = 8x^3 + 2x.$$

(30/100)

- ooo00ooo -