

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Tambahan  
Sidang 1986/87

MAT101 - Kalkulus

Tarikh: 22 Jun 1987

Masa: 2.15 ptg. - 5.15 ptg.  
(3 jam)

---

Jawab SEMUA soalan. Semua soalan mesti dijawab dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Cari selang nilai  $x$  yang memenuhi ketaksamaan-ketaksamaan berikut:

(i)  $\frac{x^2(x+3)}{x+2} \leq 0,$

(ii)  $|5x-1| \geq 9,$

(iii)  $\frac{1}{x-2} < 5,$

(iv)  $\frac{1}{|2x-3|} \leq 1.$

(b) Cari  $f'(x)$  jika

(i)  $f(x) = (1+x)^{1/x}$  jika  $x \neq 0.$

(ii)  $f(x) = g(g^{-1}(3x^5+2))$  jika  $g$  adalah fungsi 1-1.

(iii)  $f(x) = |x^2-1|(x+1)$

(iv)  $f(x) = (x^4 + \sin x)^3 + 3.$

(c) Suatu fungsi  $f : A \rightarrow B$  yang mana  $A, B \subseteq \mathbb{R}$  ditakrifkan oleh  $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1.$

(i) Cari domain dan julat  $f.$

(ii) Cari  $f'(x)$  dan  $f''(x).$

(iii) Dapatkan selang nilai  $x$  supaya  $f$  menokok, menyusut, mencekung ke atas dan mencekung ke bawah.

.../2

- (iv) Cari titik-titik genting dan nyatakan jenisnya.  
 (v) Lakarkan  $f$ .

(100/100)

2. (a) Cari nilai-nilai berikut jika wujud.

(i)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + 1}$

(ii)  $\lim_{x \rightarrow 4} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{4} \right) \left( \frac{1}{x-4} \right)$

(iii)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x}$

(iv)  $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{x - x \sin x}{\cos^2 x}$

(v)  $\lim_{x \rightarrow 0} |f(x)|$  jika  $f(x) = \begin{cases} -1 & \text{jika } x > 0 \\ 1 & \text{jika } x \leq 0 \end{cases}$

(b) Katakan  $f(x) = \begin{cases} e^{-1/x^2} & \text{jika } x \neq 0 \\ 0 & \text{jika } x = 0 \end{cases}$

(i) Tunjukkan  $f$  selanjut pada  $x = 0$ .

(ii) Dengan menggunakan takrif terbitan, cari  $f'(0)$ .

(c) Kamirkan berikut

(i)  $\int x\sqrt{x-1} \, dx$

(ii)  $\int_0^{\pi/2} \frac{1}{3 + \cos x} \, dx$

(iii)  $\int_0^{\pi} \sin^2 nx \, dx$  jika  $n > 0$

$$(iv) \int \frac{\sqrt{x}}{2 + \sqrt[3]{x}} dx \quad (\text{Petunjuk: Katakan } x = u^6).$$

$$(v) \int e^x \cos x dx$$

(100/100)

3. (a) Cari  $f(t)$  jika  $\int_0^{3x} f(t) dt = 27x^3 + 3x$ .

(b) Katakan  $f(x) = \begin{cases} \sin x & \text{jika } x \leq 0 \\ ax + b & \text{jika } x > 0 \end{cases}$

Cari  $a, b$  supaya  $f''(x)$  wujud untuk semua  $x$ .

(c) Cari  $g(x)$  jika  $g'(x) = \begin{cases} 3 & \text{jika } x \geq 1 \\ 2x+1 & \text{jika } x < 1 \end{cases}$

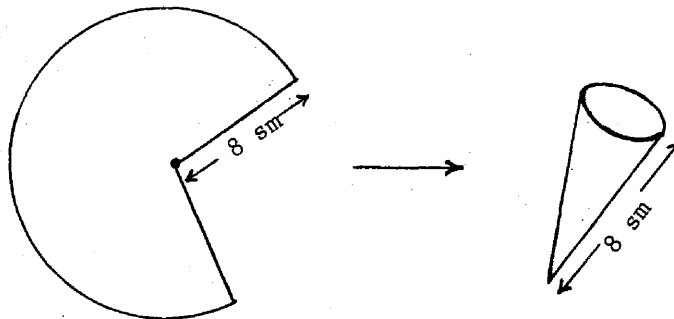
dan  $g(0) = 4$ .

(d) Katakan  $f(x) = x^n$  yang mana  $n > 1$  adalah integer.

(i) Tunjukkan  $(0,0)$  adalah titik minimum tempatan jika dan hanya jika  $n$  genap.

(ii) Tunjukkan  $(0,0)$  adalah titik lengkung balas jika dan hanya jika  $n$  ganjil.

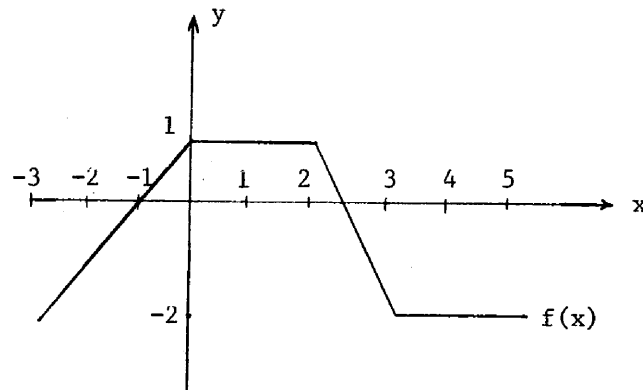
(e) Sebuah cawan kertas berbentuk kon dibuat dari sektor suatu bulatan yang berjajari 8 sm. Cari isipadu maksimum cawan.



(100/100)

.../4

4. (a) Gambarajah adalah graf bagi suatu fungsi  $f$  yang tertakrif dalam selang  $[-3, 5]$



Dengan  $f$  di atas lakarkan

(j) ✓  $|f(x)|$

(ii)  $-f(x)$

(iii)  $f(-x)$

(iv)  $f(|x|)$

- (b)  $\Omega$  adalah kawasan yang di sempadani oleh  $f(x) = (1-x)^3$  dan  $g(x) = (1-x)^{1/3}$ . Cari isipadu kisanan jika  $\Omega$  dikisarkan terhadap paksi  $x$ .

(c) Cari nilai  $\int_0^2 |(1-x)^3| dx$ .

- (d) Katakan  $f(x) = 2x + 1$ .

Cari suatu integer  $k$  yang terkecil supaya bila

$$0 < |x-1| < 10^{-k} \text{ maka } |f(x)-3| < 10^{-2}.$$

(100/100)