

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama  
Sidang 1992/93

Oktober/November 1992

MAK 191 Matematik I

Masa : [3 jam]

---

**ARAHAN:** Soalan I mesti dijawab di dalam kertas komputer OMR yang disediakan. Soalan II dan III mesti dijawab di dalam buku jawapan. Serahkan kedua-duanya secara berasingan.

**SOALANI.** Jawab SEMUA soalan. Bagi setiap soalan berikut, pilih SATU jawapan yang paling tepat. (100/100)

1. Jika  $z \in \mathbb{C}$ , maka persamaan  $z^2 - (3 + 2i)z + 1 + 3i = 0$  mempunyai penyelesaian

- (a)  $1 - i, 2 + i$
- (b)  $1 + i, 2 - i$
- (c)  $1 + i, 2 + i$
- (d)  $-1 + i, 2 + i$
- (e) yang lain.

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{2x^2} = ?$

- (a)  $\frac{1}{2}$
- (b)  $\frac{1}{4}$
- (c) 0
- (d)  $\infty$
- (e) yang lain.

3. Jika  $y(x) = (1 + x)^n$ , maka  $\frac{d^n y}{dx^n} = ?$  [n integer positif]

- (a) 0
- (b)  $n!(1 + x)$
- (c)  $(1 + x)^{n-1}$
- (d)  $n!$
- (e) yang lain.

4. Jika  $f(x)$  memenuhi

$$\frac{3x + 1}{2x^2 + 4} \leq f(x) \leq \frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + 2}{4 + x + \frac{4}{x^2}}, \text{ maka}$$

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = ?$

...2/-

- (a) tidak wujud      (b)  $\frac{3}{2}$       (c) 0      (d)  $\frac{3}{4}$       (e)  $\frac{1}{4}$

5. Bentuk kutub bagi  $\frac{3}{-1+i}$  ialah

- (a)  $\frac{3\sqrt{2}}{2} \left[ \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right]$   
 (b)  $\frac{3}{2}\sqrt{2} \left[ \cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right]$   
 (c)  $\frac{3}{2}\sqrt{2} \left[ -\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right]$   
 (d)  $\frac{3\sqrt{2}}{2} \left[ -\cos \frac{3\pi}{4} - i \sin \frac{3\pi}{4} \right]$   
 (e) yang lain.

6.  $\frac{d}{dx} \left[ \int_1^{x^3} \frac{\ln t}{1 + (\ln t)^2} dt \right] = ?$

- (a)  $\frac{9x^2 \ln x}{[1 + (3 \ln x)^2]}$       (d)  $\frac{3 x^2 \ln x}{1 + (3 \ln x)^2}$   
 (b)  $\frac{\ln x^3}{1 + (3 \ln x)^2}$       (e) yang lain.  
 (c)  $\frac{3 \ln x}{1 + (\ln x)^2}$

7.  $\int \frac{\sec^2 x}{2 \tan x + 1} dx = ?$       [Guna gantian]

- (a)  $\frac{1}{2} \ln |x| + c$       (c)  $\ln |2 \tan x + 1| + c$       (e) yang lain.  
 (b)  $(\sec^3 x)/3 + c$       (d)  $\ln |2 \tan x + 1|^{\frac{1}{2}} + c$

...3/-

8.  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|2-x|}{x-2} = ?$   
(a)  $\infty$       (b) -1      (c) 1      (d) 0      (e) yang lain.

9. Diberi  $f(x) = \begin{cases} 6 - (x^2 + 1)^2 & \text{jika } x < 0 \\ 5 + x & \text{jika } x \geq 0 \end{cases}$

Maka pilih satu pernyataan yang paling tepat mengenai f

- (a)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  wujud  
(b) f(x) selanjut pada  $x = 0$   
(c) f(x) terbezakan pada  $x = 0$   
(d) jawapan (a) dan (b) adalah benar  
(e) jawapan (a), (b) dan (c) adalah benar.
10. Jika  $\{a_n\}$  sesuatu jujukan yang menumpu, maka  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  akan menumpu. Benar atau Salah?  
(a) Benar      (b) Salah
11.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^\pi}$  ialah satu siri yang  
(a) menumpu      (b) mencapah
12. Nilai positif integer terkecil N yang memenuhi  $\left| \left( 2 - \frac{1}{n^2} \right) - 2 \right| < 0.002$  bagi semua  $n > N$  ialah  
(a) 22      (b) 23      (c) 24      (d) 25      (e) yang lain.

13. Selesaikan persamaan pembezaan berikut:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x}{x^2y + y} \text{ jika } y(0) = -1$$

- (a)  $y^2 = 2 \ln(x^2 + 1) + 2$
- (b)  $y^2 = 2 \ln(x^2 + 1)$
- (c)  $y^2 = \ln(x^2 + 1) + 1$
- (d)  $y^2 = 2 \ln(x^2 + 1) + 1$
- (e) yang lain.

14. Penyelesaian am bagi

$$y' - 4y = 2x + e^{2x} \text{ ialah}$$

- (a)  $y = Ae^{4x} - \frac{1}{2}x - \frac{1}{8} - \frac{1}{2}e^{2x}$
- (b)  $y = Ae^{4x} + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8} - \frac{1}{2}e^{2x}$
- (c)  $y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{8} - \frac{1}{2}e^{2x}$
- (d)  $y = Ae^{4x} + \frac{1}{2}x + \frac{1}{8} + \frac{1}{2}e^{2x}$
- (e) yang lain.

15. Jika A, B, C ialah matriks bersaiz 4 x 7, 7 x 4 dan 4 x 2 masing-masing, maka saiz  $B^T B C C^T A B$  ialah

- (a) 4 x 4
- (b) 7 x 7
- (c) 2 x 2
- (d) 7 x 4
- (e) yang lain.

16. Sistem

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \end{bmatrix} X = \tilde{0} \text{ mempunyai}$$

- (a) penyelesaian unik
- (b) tiada penyelesaian
- (c) penyelesaian tak terhingga banyak
- (d) 4 penyelesaian
- (e) yang lain.

17. Biarkan

$$A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Apakah yang anda dapat simpulkan mengenai  $A^{2n}$ ,  $n$  integer positif?

- (a)  $A^{2n} = A$
- (b)  $A^{2n} = I_4$
- (c)  $A^{2n} = \tilde{0}$
- (d)  $A^{2n} = A^{2n+1}$
- (e) yang lain.

18. Jika  $A = (a_{ij}) \in M_{4 \times 4}$  dengan  $a_{11} a_{22} a_{33} a_{44} \neq 0$  dan  $a_{ij} = 0$  bagi  $i \neq j$ , maka

- (a)  $AX = B$  mempunyai penyelesaian unik
- (b)  $AX = B$  tiada penyelesaian
- (c)  $AX = B$  mempunyai penyelesaian banyak
- (d)  $AX = B$  mempunyai 4 penyelesaian
- (e) yang lain.

19. Jika  $I_n = \int x^n e^{2x} dx$ , maka  $I_n = ?$  (rumus penurunan)

- (a)  $\frac{-x^n e^{2x}}{2} - \frac{n}{2} I_{n-1}$
- (b)  $\frac{x^n e^{2x}}{2} + \frac{n}{2} I_{n-1}$
- (c)  $\frac{x^n e^{2x}}{2} - \frac{n}{2} I_{n-1}$
- (d)  $\frac{-x^n e^{2x}}{2} + \frac{n}{2} I_{n-1}$
- (e) yang lain.

...6/-

20.  $\int \frac{1}{\sqrt{3 - 2x - x^2}} dx = ?$

(a)  $\sqrt{3 - 2x - x^2} + c$

(b)  $\frac{1}{2} \ln(3 - 2x - x^2) + c$

(c)  $\sin^{-1} \left( \frac{x + 1}{2} \right) + c$

(d)  $\cos^{-1} \left( \frac{x + 1}{2} \right) + c$

(e) yang lain.

SOALAN II. (100/100) Jawab semua soalan. Tunjukkan semua jalankerja.

(i) Cari nilai had-had berikut, jika wujud:

(a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \ln(n^2 + n + 1)$

(b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 - n^2 \cos \frac{1}{n}$

(c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{n^2 + 2n} - n \right)$

(d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^{k+1})}{(\sin x)^k}$ , k integer positif

(45 markah)

(ii) Dengan menggunakan teknik-teknik kamiran yang sesuai, nilaikan

$$\int \frac{2}{\sqrt{x}} \tan^{-1} \sqrt{x} dx$$

(20 markah)

...7/-

(iii) Nyatakan jenis persamaan pembezaan yang berikut dan selesaikannya.

(a)  $y' + \frac{2}{x}y = \frac{\cos x}{x^2}$

(b)  $x^2 \frac{dy}{dx} = y^2 + 2xy, \quad y(0) = 1$

(35 markah)

**SOALAN III (100/100)**

Jawab semua soalan. Tunjukkan semua jalankerja.

(i) Tentukan sama ada siri-siri berikut menumpu atau mencapah. Bagi siri selang seli, tentukan sama ada penumpuannya secara mutlak atau bersyarat.

(a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{e^n}$

(b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$

(c)  $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2}$

(d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{4n^2 + 3}$

(e)  $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{2n + 3}{4n^2 - 7}$

(65 markah)

(ii) Cari nilai siri  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(\frac{1}{2}\right)^{n+2}$

(10 markah)

...8/-

(iii) Dengan menggunakan pembuktian secara aruhan matematik, buktikan bahawa jika

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \text{ maka}$$

$$B^n = \begin{bmatrix} \frac{3^n + 1}{2} & \frac{3^n - 1}{2} \\ \frac{3^n - 1}{2} & \frac{3^n + 1}{2} \end{bmatrix}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

(25 markah)