

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang 1991/92

Oktober/November 1991

MAK 191 Matematik I

Masa : [3 jam]

ARAHAN: Soalan I dan II mesti dijawab di dalam kertas komputer OMR yang disediakan. SOALAN III mesti dijawab di dalam buku jawapan. Serahkan kedua-duanya secara berasingan.

SOALAN I. Jawab SEMUA soalan. Bagi setiap soalan berikut, pilih SATU jawapan yang paling tepat. (100/100)

- Pilih pernyataan yang paling tepat. Di sini A, B, C ialah set.
 - $A \cup (A^c \cap B) = A \cup B$
 - $A \cup (B - C) = (A \cup B) - (A \cup C)$
 - Jika $A \cup B = A \cup C$, maka $B = C$
 - a dan b adalah benar.
 - a dan c adalah benar.
- Katakan A, B, C ialah set. Hasil darab A dan B ditakrifkan seperti berikut:

$$A \times B = \{(a, b) : a \in A, b \in B\}$$

Pilih pernyataan yang paling tepat.

- $A \times B = B \times A$
- $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$
- $A \times (B \cap C) \neq (A \times B) \cap (A \times C)$
- $A \times (B - C) = (A - C) \times (A - B)$
- a, b, c dan d adalah tidak benar.

...2/-

3. Bahagian Ny $\{(x_1 + iy_1)(x_1 - iy_1)\} = ?$
- (a) 0 (d) $x_1^2 + y_1^2$
- (b) $x_1^2 - y_1^2$ (e) yang lain
- (c) $i(x_1^2 + y_1^2)$
4. Pilih pernyataan yang benar mengenai unsur-unsur nombor kompleks berikut:
- (a) $|z_1 - z_2| \leq |z_1| + |z_2|$
- (b) Punca-punca ke-2 bagi $-15 - 8i$ ialah $-1 + 4i$ dan $1 - 4i$
- (c) $|z_1 - z_2| \geq |z_1| - |z_2|$
- (d) $z_1 \bar{z}_2 + \bar{z}_1 z_2$ ialah nombor nyata
- (e) a, b, c, d semuanya benar
5. Diketahui $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$. Maka
- (a) $e^2 e^{i\pi} = e^2$
- (b) $2ie^{-i3\pi/4} = \sqrt{2} - i\sqrt{2}$
- (c) $\frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2} = \cos \theta$
- (d) $e^{i\theta} = e^{i(\theta+2\pi k)}$, k nyata
- (e) a, b, c, d adalah benar
6. Katakan $f(x) = \begin{cases} 2x + 7, & \text{jika } x > 5 \\ x + |x|, & \text{jika } -5 \leq x \leq 5 \\ x - 6, & \text{jika } x < -5 \end{cases}$
- Nilai $f(f(5)) = ?$

- (a) tidak wujud
- (b) 27
- (c) 0
- (d) 20
- (e) yang lain

7. Pilih satu pernyataan yang paling tepat.

(\mathbb{N} - set nombor nyata)

- (a) $f : \{x \mid 1 \leq x \leq 4\} \rightarrow [0, \infty)$ yang $f(x) = 2x^2$ adalah satu dengan satu dan keseluruhan.
- (b) $g : \{x \mid -2 \leq x \leq 1\} \rightarrow \mathbb{N}$ yang $g(x) = x^3$ adalah satu dengan satu dan keseluruhan.
- (c) $h : \{x \mid -1 \leq x \leq 1\} \rightarrow \{x \mid -2 \leq x \leq 0\}$ yang $h(x) = x^3 - 1$ adalah satu dengan satu dan keseluruhan.
- (d) a dan b adalah benar.
- (e) b dan c adalah benar.

8. Jika $\frac{x+5}{x+3} < \frac{x+1}{x-1}$, maka

- (a) penyelesaiannya ialah semua $x \in (-\infty, \infty)$
- (b) $|x+2| < 1$
- (c) $|x+1| > 2$
- (d) $x \in (-3, 1)$
- (e) yang lain

9. Diberi $f(t) = (|3+t| - |t| - 3)/t$. Maka $f(t)$ jika $-3 \leq t < 0$ ialah

- (a) $-6/t$
- (b) 0
- (c) $-6 - 2t$
- (d) 2
- (e) yang lain

10. Katakan $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{jika } x < 0 \\ 2x & \text{jika } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{jika } x > 1 \end{cases}$

dan $g(x) = \begin{cases} 1 & \text{jika } x < 0 \\ \frac{x}{2} & \text{jika } 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & \text{jika } x > 1 \end{cases}$

Maka

(a) $(g \circ f)(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & x > 1 \end{cases}$

(b) $(g \circ f)(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x, & 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 1, & \frac{1}{2} < x \leq 1 \\ 0, & x > 1 \end{cases}$

(c) $(g \circ f)(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x, & 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 0, & x > \frac{1}{2} \end{cases}$

(d) $(g \circ f)(x) = \begin{cases} 0, & x < \frac{1}{2} \\ x, & \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \\ 0, & x > 1 \end{cases}$

(e) $(g \circ f)(x)$ tidak wujud.

11. Katakan $f(t) = \begin{cases} 2t - 1 & \text{jika } t \neq 2 \\ 1 & \text{jika } t = 2 \end{cases}$

Maka

(a) had $f(t)$ tidak wujud
 $t \rightarrow 2$

(b) f tidak selanjar pada $t = 2$

(c) f terbezakan pada $(0, 3)$

...5/-

(d) $\lim_{t \rightarrow 2} f(t) = 1$

(e) a, b, c, d semuanya tidak benar

12. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{16 - x^2}}{x - 4} = ?$

(a) $\sqrt{8}$

(d) $-\infty$

(b) 0

(e) yang lain

(c) ∞

13. Katakan $G(x) = F(H(x))$ yang

$$F(x) = x^{1/3} \text{ dan } H(x) = \frac{x^2}{x^2 - 4} - \frac{1}{x}$$

Pilih pernyataan yang benar.

(a) H adalah terbezakan untuk semua nilai nyata x

(b) F adalah selanjar untuk semua nilai nyata x

(c) G adalah terbezakan pada $(-2, 2)$

(d) G adalah tidak selanjar pada $x = 0$ sahaja

(e) a, b, c, d semuanya tidak benar

14. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{|x| - x}{x} \right) = ?$

(a) 0

(d) -1

(b) tidak wujud

(e) -2

(c) 2

15. Cari lereng/kecerunan garis tangen bagi graf $2x^2y^2 + y^3 \cos \pi x - 1 = 0$ di titik $(1, 1)$

...6/-

- (a) 4
- (b) -4
- (c) $\frac{1}{4}$
- (d) $-\frac{1}{4}$
- (e) yang lain

SOALAN II: Jawab SEMUA soalan. Bagi setiap masalah berikut, pilih SATU jawapan yang paling tepat. (100/100)

16. Pertimbangkan $f(x) = 1 - x^{2/3}$. Pilih pernyataan yang benar

- (a) $x = 0$ ialah nombor genting
- (b) f menyusut pada $(-\infty, 0)$ dan menokok pada $(0, \infty)$
- (c) $x = 0$ memberikan satu minimum setempat
- (d) $(0, 1)$ bukan titik ekstremum setempat
- (e) a dan d adalah benar

17. Jika $\int_0^{x^2} f(t)dt = \sqrt{x^2 + 1} - 1$, maka $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = ?$

- (a) 0
- (b) $\left(\sqrt{\frac{\pi^2}{4} + 1}\right) - 1$
- (c) $\sqrt{\pi + 2}$
- (d) $\frac{\sqrt{2(\pi + 2)}}{2}$
- (e) yang lain

18. $\int_0^{\frac{\pi^2}{4}} \frac{3}{\sqrt{x}} \sin^2 \sqrt{x} dx = ?$

- (a) $\frac{3\pi^2}{4} - \frac{3}{2}$
- (b) $\frac{3\pi}{2}$
- (c) 0
- (d) $\frac{3\pi}{2} - \frac{3}{2}$
- (e) yang lain

...7/-

19. Cari luas kawasan yang dibatasi oleh garislengkung $y = \frac{3|x|}{2}$ dan $y = \frac{x^2}{2} + 1$.
- (a) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{5}{12}$
(b) $\frac{7}{6}$ (e) yang lain
(c) $\frac{5}{6}$
20. had $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = ?$
- (a) tidak wujud (d) 2
(b) 0 (e) yang lain
(c) $\frac{1}{2}$
21. $\frac{dg}{dt}$ jika $g(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$ dan $x(t) = t^2 + 1$ ialah
- (a) $\frac{(t^2 + 1)^2 + 1}{(t^2 + 1)^2}$ (d) $\frac{2t(t^4 + 2t^2 + 2)}{(t^2 + 1)^2}$
(b) $\frac{2[(t^2 + 1)^2 + 1]}{(t^2 + 1)^2}$ (e) yang lain
(c) $\frac{2(t + 1)[t^4 + 2t^2 + 2]}{(t^2 + 1)^2}$
22. had $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\tan^{-1}x}{e^{1/x}} = ?$
- (a) 0 (d) $-\infty$
(b) π (e) $\frac{\pi}{2}$
(c) ∞

23. Penyelesaian am bagi persamaan pembezaan berikut

$$ty' - y = t^3 \cos t \text{ untuk } t > 0 \text{ ialah}$$

- (a) $y = t \sin t + \cos t + ct$
- (b) $y = t^2 \sin t + t \cos t + c$
- (c) $y = t^2 \cos t + t \sin t + ct$
- (d) $y = t^2 \sin t + t \cos t + ct$
- (e) yang lain

24. Suatu matriks $n \times n$ A dikatakan simetri pencong jika $A^T = -A$.
Pilih pernyataan yang benar.

- (a) $A - A^T$ adalah simetri pencong bagi sebarang matriks $A_{n \times n}$.
- (b) Jika $A = (a_{ij})$ simetri pencong, $a_{11} = 0$.
- (c) Jika $A = (a_{ij})$ simetri pencong, $a_{ij} = -a_{ji}$.
- (d) a, b, c adalah benar.
- (e) a dan b adalah benar.

25. Diberi $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $D = (2 \ 4 \ 6 \ 8)$.

Matriks $(CD)^T(AB)^{-1}$ ialah

- (a) tidak wujud kerana operasi ini tidak boleh dilakukan.

(b) $\begin{pmatrix} \frac{7}{2} & 7 & \frac{21}{2} \\ -\frac{3}{2} & -3 & -\frac{9}{2} \\ 14 & -6 & 21 \end{pmatrix}$

$$(c) \begin{pmatrix} \frac{7}{2} & -\frac{3}{2} \\ 7 & -3 \\ \frac{21}{2} & -\frac{9}{2} \\ 14 & -6 \end{pmatrix}$$

$$(d) \begin{pmatrix} \frac{7}{2} & 7 & \frac{21}{2} & 14 \\ -\frac{3}{2} & -3 & -\frac{9}{2} & -6 \end{pmatrix}$$

(e) yang lain

$$26. \begin{vmatrix} a & b & c & d \\ 0 & e & f & g \\ 0 & 0 & h & i \\ 0 & 0 & 0 & j \end{vmatrix} = ?$$

(a) aehj

(d) dgi j

(b) 0

(e) yang lain

(c) abcd

27. Selesaikan masalah berikut:

$$y' = \frac{2xye^{\left(\frac{x}{y}\right)^2}}{y^2 + y^2e^{\left(\frac{x}{y}\right)^2} + 2x^2e^{\left(\frac{x}{y}\right)^2}}$$

(a) $y = k \left(1 + e^{\left(\frac{y}{x}\right)^2} \right)$, k pemalar sebarang

(b) $y = k \left(1 + e^{\left(\frac{x}{y}\right)^2} \right)$

... 10/-

(c) $y = 1 + e^{\left(\frac{y}{x}\right)^2} + k$

(d) $\ln |y| = k - \ln \left(1 + e^{\left(\frac{x}{y}\right)^2} \right)$

(e) yang lain

28. Penyelesaian am bagi

$$y' - 5y = 3e^x - 2x + 1 \text{ ialah}$$

(a) $y = c_1 e^{5x} + c_2 e^x + c_3 x + c_4$

(b) $y = c_1 e^{5x} + c_2 e^{-5x} - \frac{3}{4} e^x + \frac{2}{5} x - \frac{3}{25}$

(c) $y = c_1 e^{5x} - \frac{3}{4} e^x - \frac{2}{5} x - \frac{3}{25}$

(d) $y = c_1 e^{-5x} - \frac{3}{4} e^x + \frac{2}{5} x - \frac{3}{25}$

(e) yang lain

29. $\int \frac{1}{\sqrt{-x^2 - 8x - 7}} dx = ?$

(Panduan: lengkapkan kuasa dua)

(a) $\frac{1}{3} \sin^{-1} \left(\frac{x+4}{3} \right) + c$

(b) $2\sqrt{-x^2 - 8x - 7} + c$

(c) $\cos^{-1} \left(\frac{x+4}{3} \right) + c$

(d) $\frac{1}{3} \tan^{-1} \left(\frac{x+4}{3} \right) + c$

(e) yang lain

30. $\frac{d}{dx} [(u'(x))^2 u''(x)] = ?$
- (a) $2 u'(x) u'''(x)$
 - (b) $2 u'(x) u''(x) + [u'(x)]^2 u'''(x)$
 - (c) $2 u'(x) [u''(x)]^2 + [u'(x)]^2 u'''(x)$
 - (d) $2 u'(x) u''(x) u'''(x)$
 - (e) yang lain

SOALAN III. (100/100)

Jawab SEMUA soalan.

Berhati-hati bila menjawab soalan di bahagian ini. Tunjukkan SEMUA jalankerja.

1. (a) Jika $x^n y^m = (x + y)^{n+m}$, n dan m pemalar, buktikan bahawa $x \frac{dy}{dx} = y$.
- (b) Cari had $\lim_{s \rightarrow 0} (1 + s)^{1/s}$ [Panduan: gunakan sifat logaritma dan eksponen]
- (20/100)

2. Katakan pertumbuhan suatu populasi y bertambah dengan masa t mengikut persamaan logistik

$$\frac{dy}{dt} = ry \left(1 - \frac{y}{k} \right) \quad r, k \text{ pemalar}$$

- (a) Selesaikan untuk y jika $y(0) = y_0$
- (b) Jika $y_0 = \frac{k}{3}$, cari masa τ yang populasi ini akan bertambah 2 kali populasi awal. Seterusnya, cari nilai τ jika $r = 0.025$ setahun.
- (c) Jika $y_0 = \alpha k$, cari masa T yang $y(T) = \beta k$, di sini $0 < \alpha, \beta < 1$. Cari nilai T jika $r = 0.025$ setahun, $\alpha = 0.1$ dan $\beta = 0.9$.

(20/100)

3. (a) Nilaikan $\int \frac{e^{-x}}{(9e^{-2x} + 1)^{3/2}} dx$ dengan teknik gantian trigonometri yang bersesuaian.

...12/-

(b) Cari satu polinomial berdarjah 3,

$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$ yang memenuhi syarat berikut:

$$f(0) = 2, \quad f'(0) = -4, \quad f''(1) = 2, \quad f'''(1) = 12$$

dan seterusnya cari polinomial kuadratik

$g(x) = x^2 + px + q$ yang

$$H(x) = \begin{cases} f(x), & x \geq -2 \\ g(x), & x < -2 \end{cases}$$

adalah terbezakan di mana-mana dalam N.

(20/100)

4. (a) Tentukan nilai k yang akan menjadikan sistem persamaan linear berikut:

(i) tak konsisten (ii) mempunyai penyelesaian

$$\begin{aligned} x + 2y - 3z + w &= 1 \\ x + 3y + 3z + 4w &= -6 \\ x - 4y - 39z - 17w &= k \end{aligned}$$

(b) Tunjukkan bahawa

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ x & y & z & w \\ x^2 & y^2 & z^2 & w^2 \\ x^3 & y^3 & z^3 & w^3 \end{vmatrix} = (y-x)(y-z)(y-w)(z-x)(w-x)(w-z)$$

(20/100)

5. (a) Nilaikan $\int_1^4 \frac{2x^2 + 13x + 18}{x^3 + 6x^2 + 9x} dx$.

(b) Cari fungsi M(x, y) yang akan menjadikan

$$M(x, y)dx + \left(xe^{xy} + 2xy + \frac{1}{x} \right) dy = 0$$

suatu persamaan pembezaan tepat.

(20/100).

- ooo00ooo -