

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Tambahan
Sidang 1993/94

Jun 1994

MAK 191 - MATEMATIK I

Masa : 3 jam

Jawab **SEMUA** soalan. Tunjukkan semua jalan kerja.

1. (a) Biarkan A dan B dua set yang memenuhi

(i) $A \cup B = \{ p, q, r, s \}$

(ii) $A \cap B = \{ p, r \}$

(iii) $A - B = \{ q \}$

Cari set A dan B.

(15/100)

(b) Selesaikan ketaksamaan berikut :

$$\frac{-3}{2} < \frac{1}{x} - 2 \leq 2, \quad x \neq 0$$

(20/100)

.../2

- (c) Dengan menggunakan pembuktian secara aruhan matematik, buktikan bahawa jika

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \text{ maka}$$

$$B^n = \begin{bmatrix} \frac{3^n + 1}{2} & \frac{3^n - 1}{2} \\ \frac{3^n - 1}{2} & \frac{3^n + 1}{2} \end{bmatrix}, \quad n = 1, 2, 3$$

(30/100)

- (d) Cari fungsi $M(x, y)$ yang akan menjadikan

$$M(x, y) dx + \left(xe^{xy} + 2xy + \frac{1}{x} \right) dy = 0$$

suatu persamaan pembezaan tepat.

(35/100)

2. (a) Nilaikan had-had berikut :

$$(i) \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{(x - 3)}{|x - 3|}$$

$$(ii) \lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2} + 1)$$

$$(iii) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2}{x-1} - \frac{1}{x-1} \right)$$

(20/100)

.../3

- (b) Apakah yang dimaksudkan dengan fungsi $f(x)$ selanjat pada titik $x = c$?
Tentukan nilai pemalar k supaya fungsi

$$f(x) = \begin{cases} kx + 1, & x \leq 3 \\ kx^2 - 1, & x > 3 \end{cases}$$

adalah selanjat pada $(-\infty, \infty)$.

(40/100)

- (c) Cari titik maksimum bagi lengkungan $y = \frac{1}{x^2 + 2x + 4}$ dan tunjukkan bahawa terdapat titik-titik lengkok balas pada $(0, 1/4)$ dan $(-2, 1/4)$.

(40/100)

3. (a) Selesaikan

$$(1 - x^2) \frac{dy}{dx} - xy = 1$$

(30/100)

- (b) Tunjukkan persamaan pembezaan

$$(xe^{y/x} + y) dx - xdy = 0$$

adalah homogen dan cari penyelesaian amnya.

(35/100)

(c) Selesaikan persamaan pembezaan

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x}{x^2y + y} \text{ jika } y(0) = -1$$

(35/100)

4. (a) Dengan menggunakan kaedah gantian, selesaikan

$$\int \frac{\sec^2 x}{2 \tan x + 1} dx$$

(30/100)

(b) Cari nilai

$$\frac{d}{dx} \left[\int_1^{x^3} \frac{\ln t}{1 + (\ln t)^2} dt \right]$$

(40/100)

(c) Dengan menggunakan rumus penurunan, selesaikan

$$I_n = \int x^n e^{2x} dx$$

(30/100)

.../5

5. (a) Tentukan nilai k yang akan menjadikan sistem persamaan linear

$$x + 2y - 3z + w = 1$$

$$x + 3y + 3z + 4w = -6$$

$$x - 4y - 39z - 17w = k$$

- (i) mempunyai penyelesaian (ii) tak konsisten

(35/100)

- (b) Tunjukkan bahawa

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ x & y & z & w \\ x^2 & y^2 & z^2 & w^2 \\ x^3 & y^3 & z^3 & w^3 \end{vmatrix} = (y - x)(y - z)(y - w)(z - x)(w - x)(w - z)$$

(35/100)

- (c) Matriks A dan B yang berikut adalah sama. Cari nilai x, y dan z.

$$A = \begin{bmatrix} -8 & 0 & 1 \\ 4 & 2 & 17 \\ 25 & 3 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} x + 2y - z & 0 & 1 \\ 4 & 2 & 2x - 3y + z \\ x - y + 5z & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

(30/100)