

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA  
Pepériksaan Semester Pertama  
Sidang 1988/89  
MAK191 - Matematik I

Tarikh: 25 Oktober 1988

Masa: 2.15 ptg. - 5.15 ptg.

(3 jam)

---

Jawap ENAM (6) soalan sahaja.

1. (i) Diberi set  $A = \{5\}$  dan  $\phi$  adalah suatu set kosong. Nyatakan yang manakah kenyataan berikut benar.

- (a)  $5 \subset A$
- (b)  $\{5\} \in A$
- (c)  $\{5\} \subseteq A$
- (d)  $\phi \in \{\phi\}$
- (e)  $\phi = \{\phi\}$
- (f)  $\phi \cap \{\phi\} = \phi$
- (g)  $\phi \cap \{\phi\} = \{\phi\}$
- (h)  $\phi \subset A$

Terangkan dengan jelas perbezaan antara 5 dan  $\{5\}$ , dan perbezaan antara A dan  $\{A\}$ .

(35/100)

(ii) Dengan menggunakan kaedah aruhan, tunjukkan bahawa  $5^n - 2^n$  boleh dibahagikan dengan 3 untuk setiap  $n \in \mathbb{N}$ .

(45/100)

(iii) Andaikan  $f$  mempunyai nilai maksimum di  $x = 4$ , dan biar  $g(x) = f(x + 5)$  untuk semua  $x$  di dalam domain  $f$ . Di titik manakah  $g$  mempunyai nilai maksimum?

(20/100)

.../2

2. (i) Jika  $f(x) = \frac{1}{x}$ ,  $x \neq 0$ , nilaikan

$$\lim_{t \rightarrow x} \frac{f(t) - f(x)}{t - x}$$

(25/100)

- (ii) Cari  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x}{|x|}$

(15/100)

- (iii) Bezakan terhadap x fungsi

$$\ln(\sec x + \tan x)$$

(20/100)

- (iv) Buktikan bahawa jika  $ax^2 + bx + c = 0$  mempunyai dua punca nyata yang berbeza, maka titik tengah antara punca-punca ini adalah titik pegun bagi fungsi

$$f(x) = ax^2 + bx + c.$$

(40/100)

3. (i) Selesaikan persamaan pembezaan

$$(1 + x^2) \frac{dy}{dx} + 3xy = 5x$$

jika diberi  $y(1) = 2$ .

(40/100)

- (ii) Cari penyelesaian am bagi persamaan pembezaan

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 6 \frac{dy}{dx} + 10y = 20 - e^{2x}.$$

(40/100)

- (iii) Biar  $f(x) = |x|$  dan  $g(x) = f(x - 2)$ . Lakarkan graf fungsi  $g(x)$ . Adakah fungsi  $f(x)$  genap atau ganjil?

(20/100)

4. (i) Selesaikan ketaksamaan

$$\frac{x}{x - 3} < 4$$

(25/100)

(ii) Buktikan kenyataan-kenyataan berikut

$$(a) \frac{d}{dx} \left[ \sin^{-1} x \right] = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(b) \frac{d}{dx} \left[ \tan^{-1} 2x \right] = \frac{2}{1+4x^2}$$

(35/100)

(iii) Selesaikan persamaan pembezaan homogen

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2x + y}{x - y}$$

dengan menggunakan pengantian  $y = ux$ .

(40/100)

5. (i) Selesaikan

$$\int \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^{2x} + 1}} dx$$

(20/100)

(ii) Dengan menggunakan kaedah kamiran bahagian demi bahagian, selesaikan

$$\int \cos(\ln x) dx$$

(25/100)

(iii) Jika

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^n \sin x dx ,$$

tunjukkan bahawa, untuk  $n \geq 2$ ,

$$I_n = n \left(\frac{\pi}{2}\right)^{n-1} - n(n-1)I_{n-2}$$

Dengan ini selesaikan  $I_3$ .

(55/100)

6. (i) Selesaikan sistem persamaan berikut dengan menggunakan kaedah matriks.

$$\frac{1}{3x - y} + \frac{2}{x + 3y} = 2$$

$$\frac{10}{3x - y} - \frac{9}{x + 3y} = 7 .$$

(60/100)

(ii) Jika  $A = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ \sin \theta & -\cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Adakah matriks A berortogon? Dengan ini dapatkan songsang bagi matriks A.

(40/100)

7. (i) Tunjukkan dengan menggunakan operasi baris, bahawa

$$\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 \\ 1 & y & y^2 & y^3 \\ 1 & z & z^2 & z^3 \\ 1 & w & w^2 & w^3 \end{vmatrix}$$

$$= (y - x)(z - x)(w - x)(z - y)(W - y)(w - z).$$

(60/100)

- (ii) Dengan ini cari

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 5 & 7 \\ 4 & 9 & 25 & 49 \\ 8 & 27 & 125 & 343 \end{vmatrix}$$

(40/100)