

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama

Sidang 1988/89

MAK110 - Kalkulus & Aljabar Linear

Tarikh: 5 November 1988

Masa: 9.00 pagi - 12.00 tengah hari
(3 Jam)

Jawab EMPAT soalan.

1. (a) Selesaikan ketaksamaan

(i) $1 < (x + 5)^2 < 9.$

(ii) $\ln x \leq 2(\sqrt{x} - 1).$

(20/100)

(b) Jika w suatu punca kompleks bagi persamaan

$$x^2 + 2x + 4 = 0,$$

tunjukkan bahawa $w^3 = 8.$

(15/100)

(c) Dengan menggunakan pembeza, cari suatu nilai hampiran $\sqrt[3]{65}.$

(15/100)

(d) Dengan menggunakan kaedah Newton, cari suatu nilai hampiran $\sqrt{8}.$ (Jitu ke 3 tempat perpuluhan).

(15/100)

(e) Diberi

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(x^3 + 3)(x - 2)}{x^2 - x - 2}, & \text{jika } x \neq -1, \quad x \neq 2. \\ \frac{11}{3}, & \text{jika } x = 2. \end{cases}$$

Cari nombor (-nombor) di mana $f(x)$ tidak selanjar.

(15/100)

(f) Nilai had-had berikut:

- (i) $\lim_{x \rightarrow 7^+} \frac{|x - 7|}{(x - 7)}$,
- (ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{\sin x}$
- (iii) $\lim_{x \rightarrow \infty} [\sqrt{x^2 + 2x} - x]$,
- (iv) $\lim_{x \rightarrow 0} [\sqrt{x^2 + 2x} - x]$.

(20/100)

2. (a) Tanpa menggunakan petua L'Hôpital, tunjukkan bahawa

- (i) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin h}{h} = 1$,
- (ii) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos h - 1}{h} = 0$

(20/100)

(b) Dengan menggunakan takrif terbitan, cari $f'(x)$ jika $f(x) = \sin x$ (x di dalam radian).

(10/100)

(c) Cari terbitan fungsi-fungsi berikut:

- (i) $f(x) = [(2x + 1)^{10} + 1]^{10}$,
- (ii) $f(x) = [10^{(2x+1)} + 1]^{(2x + 1)}$,
- (iii) $f(x) = e^{\sin^{-1} x}$.

(30/100)

(d) Cari $\frac{dy}{dx}$ secara tersirat jika

$$4xy^2 + \sin(xy) = y^2.$$

(10/100)

(e) Diberi

$$f(x) = \frac{4 - 7x}{2 + 3x} .$$

Tentukan

- (i) Maksimum dan minimum setempat f ,
- (ii) Selang menokok dan selang menyusut f ,
- (iii) Selang kecekungan dan titik lengkok balas graf f ,
- (iv) Asimptot graf f ,

dan kemudian lakarkan graf tersebut.

(30/100)

3. (a) Nilaikan kamiran di bawah:

(i) $\int \frac{e^x}{e^x + 4} dx$, (ii) $\int \ln x dx$

(iii) $\int \frac{1}{1 + \sin x} dx$, (iv) $\int \frac{1}{(x - 1)^2(x^2 + 1)} dx$

(40/100)

(b) Cari luas rantau dalam sukuan pertama yang dibatasi oleh graf $y = x^3$ dan $y = x$.

(15/100)

(c) Cari isipadu bungkah yang terjana apabila rantau yang dibatasi oleh graf $y = x^2 - 1$ dari $x = 1$ ke $x = 3$ dikisarkan mengelilingi paksi-y.

(15/100)

(d) Jika fungsi $f(x)$ dua kali terbezakan dan $f''(x) > 0$ pada selang (a, b) , tunjukkan bahawa

$$f\left(\frac{a + b}{2}\right) \leq \frac{f(a) + f(b)}{2}$$

(20/100)

(e) Cari titik pada $y = 4x^2$ yang paling dekat titik $(1, 2)$.

(10/100)

4. (a) Andaikan

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}.$$

(i) Cari penentu A.

(ii) Tanpa menggunakan penentu, cari A^{-1} .

(iii) Tuliskan A sebagai suatu hasil darab matriks baris permulaan.

(iv) Cari matriks adjA.

(v) Cari $B = (b_{ij})_{3 \times 4}$ supaya

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

(50/100)

(b) Pertimbangkan penentu matriks $n \times n$ seperti berikut:

$$B_n = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & & & & & & \vdots \\ \vdots & & & & & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

Dengan menggunakan prinsip aruhan matematik, tunjukkan bahawa

$$B_n = n + 1, \quad \text{bagi } n \geq 2.$$

(25/100)

(c) Andaikan $A \in M_{n \times n}$ dan $\alpha \in \mathbb{R}$. Tunjukkan bahawa

$$\text{adj}(\alpha A) = \alpha^{n-1} (\text{adj } A).$$

(25/100)

5. (a) Cari nilai-nilai k supaya sistem persamaan

$$\begin{aligned} x + y + kz &= 1, \\ x + ky + z &= 1, \\ kx + y + z &= 1. \end{aligned}$$

- (i) mempunyai penyelesaian yang unik,
- (ii) mempunyai penyelesaian yang tak terhingga banyaknya,
- (iii) tak konsisten.

(35/100)

(b) Selesaikan sistem persamaan dengan menggunakan petua Cramer:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 1 & -2 & -1 \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 20 \end{pmatrix}$$

(25/100)

(c) Katakan $A, B \in M_{2 \times 2}$ dan

$$C_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad C_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad C_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad C_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Tunjukkan bahawa $AB = BA$ jika dan hanya jika $C_i B = B C_i$,
 $i = 1, 2, 3, 4$.

(25/100)

(d) Buktikan atau sangkalkan pernyataan

$$|A + B| = |A| + |B|$$

bagi semua $A, B \in M_{n \times n}$.

(15/100)

- ooo00ooo -