

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang 1992/93

Oktober/November 1992

MAK110 - Kalkulus dan Aljabar Linear

Masa: [3 jam]

Jawab **LIMA** soalan sahaja.

1. (a) Cari nilai-nilai x yang memenuhi ketaksamaan

$$\frac{3x + 4}{\sqrt{2x^2 - 5}} \geq 0 \quad (15/100)$$

- (b) Katakan $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -4 & 6 & 0 \\ -2 & 7 & 1 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 5 \end{bmatrix}$.

Cari:

- (i) $2A - 3B$
- (ii) $B^T A^T$
- (iii) $\alpha A^2 + \beta BA + \gamma I$ dengan α, β dan γ adalah pemalar dan I matrik identiti 3×3 .

(45/100)

- (c) Tentukan sama ada kamiran berikut menumpu atau mencapah.

$$(i) \int_{-\infty}^0 \frac{e^x}{1 + e^{2x}} dx$$

$$(ii) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1 + x}$$

$$(iii) \int_0^2 \frac{dx}{x^2 - 3x + 2}$$

$$(iv) \int_0^{\infty} e^{-x} dx$$

(40/100)

...2/-

2. (a) Selesaikan

(i) $\int \sec x \, dx$

(ii) $\int \sqrt{x^2 + 5} \, dx$

(iii) $\int x \log x \, dx$

(iv) $\int \frac{(x^2 + 1) \, dx}{x^3 - x^2 + 3x - 3}$

(60/100)

(b) Katakan $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(i) Tunjukkan adjoint A adalah $\begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 13 & -7 & -11 \\ -6 & 3 & 5 \end{bmatrix}$

(ii) Cari songsang A .

(40/100)

3. (a) Katakan $f(x) = \frac{4x - 3}{2x + 5}$.

(i) Cari domain dan julat f .

(ii) Cari titik-titik f memotong paksi-x dan paksi-y.

(iii) Cari asimptot-asimptot bagi f .

(iv) Cari selang-selang f menokok atau menyusut.

(v) Dapatkan nombor genting bagi f jika ada.

(vi) Cari selang-selang f cekung ke atas atau cekung ke bawah.

(vii) Dengan menggunakan maklumat (i) hingga (vi) lakarkan graf f .

(50/100)

...3/-

(b) Selesaikan sistem persamaan

$$\begin{array}{l} 2x + 4y = 6 \\ -x - 2z = -5 \\ -3x - 5y + z = -4. \end{array}$$

(50/100)

4. (a) Kira nilai $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 2 & 1 & 3 \\ -3 & 1 & 0 \end{vmatrix}$

(30/100)

(b) Tunjukkan $x^2 e^x = 1$ mempunyai punca dekat $x = 0.7$. Kemudian gunakan kaedah Newton untuk mendapatkan punca itu tepat hingga tiga angka perpuluhan.

(30/100)

(c) Selesaikan

(i)
$$\int_{\pi/6}^{\pi/2} \frac{\cos x \, dx}{\sin x + \sin^3 x}$$

(ii)
$$\int_1^e \frac{dx}{x \{1 + (\log x)^2\}}$$

(iii)
$$\int_1^8 \frac{\frac{1}{x^3}}{\frac{4}{x^3} + 4} \, dx$$

(iv)
$$\int_0^1 \frac{1+x}{1+x^2} \, dx$$

(40/100)

...4/-

5. (a) Tentukan sama ada siri-siri berikut menumpu atau mencapah.

$$(i) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$$

$$(ii) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{3^n + 1}$$

$$(iii) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n)!}{n^{200}}$$

$$(iv) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(1 + \log n)^n}$$

$$(v) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n}$$

(50/100)

(b) Cari $\frac{dy}{dx}$ bagi yang berikut

$$(i) \log(x+y) = \tan^{-1}\left(\frac{x}{y}\right)$$

$$(ii) y = t^3 - t + 1 , \quad t = \frac{1-x}{1+x}$$

(30/100)

(c) Cari had yang berikut

$$(i) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{e^x}$$

$$(ii) \lim_{x \rightarrow 0} (x+1)^{\cot x}$$

(20/100)

...5/-

6. (a) Tunjukkan jujukan $\{f_n\}$ dengan

$$f_n = \frac{1}{1+n} + \frac{1}{2+n} + \frac{1}{3+n} + \dots + \frac{1}{n+n}$$

(i) menokok

(ii) terbatas

(iii) $\frac{1}{2} \leq \lim_{n \rightarrow \infty} f_n \leq 1$

(50/100)

(b) Selesaikan

$$2x + 3y - z = 1$$

$$4x + y + 2z = 5$$

$$x - y + z = 2$$

dengan petua Cramer.

(50/100)

- ooo00ooo -

