

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang 1991/92

Oktober/November 1991

MAK 110 Kalkulus dan Aljabar Linear

Masa : [jam]

Arahan: Soalan I dan II mesti dijawab di dalam kertas komputer OMR yang disediakan. Soalan III mesti dijawab di dalam buku jawapan. Kedua-duanya mesti diserahkan berasingan.

Soalan I. Bagi setiap masalah berikut, pilih jawapan yang paling sesuai. Yang lain bermakna semua jawapan yang disediakan tidak sesuai. (100/100)

1. Diberi $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ dan $B - 2A^T = \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix}$.

Maka $x + y + z + w =$

- (a) 8 (b) 9 (c) 10 (d) 11 (e) yang lain

2. Diberi A, B, C ialah matriks 2×4 , 4×3 dan 3×3 masing-masing. Maka peringkat $AB(CB^T)(A^T)^2$ ialah =

- (a) 2×2 (b) 2×3 (c) 2×4 (d) 3×4
(e) yang lain

3. Diberi $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ dan

$A^2 + A + BA + B = \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix}$. Maka $x + y + z + w =$

- (a) 61 (b) 62 (c) 63 (d) 64 (e) yang lain

4. Diberi $A = (a_{ij})$ ialah matriks 5×5 yang pemasukannya $a_{ij} = j - i$. Maka pemasangan (2, 4) dari $2A - A^T$ ialah

- (a) 2 (b) 4 (c) 6 (d) 8 (e) yang lain

...2/-

5. Diberi $A = (a_{ij})$ ialah matriks 3×3 yang pemasukannya $a_{ij} = i - j$. Maka pemasukan (2, 3) dari AA^T ialah
 (a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3 (e) yang lain
6. Diberi $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_2^1(-3)} A \xrightarrow{R_2(-1/2)} B \xrightarrow{R_1^2(-2)} \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix}$.
 Maka $x + y + z + w =$
 (a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3 (e) yang lain
7. Diberi $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ dan $E_2^1(-2)E_2^1A = \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix}$. Maka
 $x + y + z + w =$
 (a) 0 (b) 2 (c) 4 (d) 6 (e) yang lain
8. Diberi $\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix}$. Maka $x + y + z + w =$
 (a) $\frac{1}{31}$ (b) $-\frac{1}{31}$ (c) $\frac{1}{13}$ (d) $-\frac{1}{13}$
 (e) yang lain
9. Diberi $\text{adj}\left[E_2^1(-3)E_2^1E_1(2)\right] = \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix}$. Maka $x + y + z + w =$
 (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4 (e) yang lain
10. Diberi $\left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]^{-1} = \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix}$. Maka
 $x + y + z + w =$
 (a) -1 (b) $-\frac{3}{4}$ (c) $-\frac{1}{2}$ (d) $-\frac{1}{4}$
 (e) yang lain

...3/-

11. Diberi $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$. Maka

$a + b + c + d + e + f + g + h + i =$

- (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4 (e) yang lain

12. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & p & p \\ 0 & p & 1 \end{pmatrix}$ adalah singular. Maka $p =$

- (a) -1 (b) 1 (c) 2 (d) -2 (e) yang lain

13. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ bermakna $x + y + z =$

- (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4 (e) yang lain

14. Diberi $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}$. Maka

- (a) $AX = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ tak konsisten
(b) $AX = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ mempunyai penyelesaian unik
(c) $AX = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ mempunyai penyelesaian yang tak terhingga banyaknya.
(d) pangkat $(A) = 2$
(e) pangkat $(AA^T) = 3$

15. Diberi $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & k \\ 1 & k & 1 \\ k & 1 & 1 \end{pmatrix}$ dan $AX = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ mempunyai penyelesaian unik. Maka

- (a) $k = 1$ (b) $k = -2$
(c) $k = 2$ (d) pangkat $A < 3$
(e) A adalah singular

...4/-

16. Diberi $A \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ (A adalah matriks 2x2). Maka

- (a) A tak singular
- (b) pangkat A = 2
- (c) $A^2 + A = I$
- (d) $|A| = 0$
- (e) b.e.b.t dari A ialah I_2

17. Salah satu pernyataan berikut (mengenai M.B.P.) adalah benar

- (a) $E_4^2(-3)E_5(4) = E_5(4)E_4^2(-3)$
- (b) $E_2^1(E_2^1 + I) = I$
- (c) $E_2^1 + I$ tak singular
- (d) $|E_2^1 - I| \neq 0$
- (e) $E_5(4) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

18. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} =$

- (a) 81
- (b) -81
- (c) 18
- (d) -18
- (e) yang lain

19. $\left| E_2^1 E_2(4) E_2^1(6) \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \right| =$

- (a) 5
- (b) 6
- (c) 7
- (d) 8
- (e) yang lain

20. Diberi $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ a^2 - ab & ab - b^2 & ac - bc \\ a^2 - b^2 & a^2 + b^2 & a^3 + b^3 \end{pmatrix}$ Maka

- (a) $|A| = 0$
- (b) $|A| = abc(a-b)(b-c)(c-a)$
- (c) A tak singular
- (d) b.e.b.t dari $A = I_3$
- (e) yang lain

Perhatian: Markah mungkin ditolak jika salah menjawab soal-an 21 hingga soal-an 25.

21. Diberi $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ dan $AX + \text{adj}(2A^{-1})X = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Jika

$X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, maka $x + y + z = 0$

- (a) $\frac{5}{7}$
- (b) $-\frac{5}{7}$
- (c) $\frac{7}{5}$
- (d) $-\frac{7}{5}$
- (e) yang lain

22. $\begin{vmatrix} c+d & d+a & a+b & b+a \\ a+b & b+c & c+d & d+a \\ b+d & a+c & b+d & a+c \\ a+c & b+d & a+c & b+d \end{vmatrix} =$

- (a) $(a + b + c + d)(a + b - c + d)(a - c)(b + d)$
- (b) $(a + b + c + d)(a - b + c - d)(a - c)(b + d)$
- (c) $(a + b + c + d)(a + b - c + d)(a + c)(b - d)$
- (d) $(a + b + c + d)(a - b + c - d)(a + c)(b - d)$
- (e) yang lain

23. A adalah matriks 3x3, $A \neq I$, $A^4 = A^2$ dan $AX = B$ mempunyai penyelesaian unik. Maka

- (a) $A^2 + A = I$
- (b) $A + I$ tak singular
- (c) $|A - I| = 3$
- (d) $|A| = 1$
- (e) yang lain

24. Sistem persamaan $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & | & 4 \\ 3 & -1 & 5 & | & 2 \\ 4 & 1 & k^2-14 & | & k+2 \end{pmatrix}$ tak konsisten.

Maka $k =$

- (a) 1
- (b) 2
- (c) 3
- (d) 4
- (e) yang lain

25. Diberi $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -3 & 3 \end{pmatrix}$ dan $AX = \lambda X$ mempunyai penyelesaian tak terhingga banyaknya. Maka salah satu penyelesaiannya ialah

- (a) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$
- (b) $\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$
- (c) $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
- (d) $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- (e) yang lain

Soalan II: Bagi setiap masalah berikut pilih jawapan yang paling sesuai yang bermakna semua jawapan yang disediakan tidak sesuai. (100/100)

26. $f(x) = \begin{cases} x & -1 < x < 0 \\ \sin x & 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \\ 1 - \cos x & \frac{\pi}{2} \leq x < \pi \end{cases}$ Maka

- (a) had $f(x)$ tak wujud.
- (b) $f(x)$ tak selanjar pada $x = 0$
- (c) $f(x)$ tak terbezakan pada $(-1, \pi)$

...7/-

- (d) $f(x)$ bukan fungsi pada $(-1, \pi)$
(e) yang lain
27. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3} = ?$
(a) 3 (b) -3 (c) 6 (d) -6 (e) yang lain
28. f dan g adalah fungsi terbezakan. Maka $(f/g)' =$
(a) $\frac{fg' - f'g}{g^2}$ (b) $\frac{f'g + fg'}{g^2}$ (c) $\frac{fg' + f'g}{g^2}$
(d) $\frac{f'}{g'}$ (e) yang lain
29. Diberi $y = \frac{\cos x}{\sin x}$. Maka $y' =$
(a) $-\frac{\sin x}{\cos x}$ (b) $\frac{1}{\cos^2 x}$ (c) $\frac{1}{-\cos^2 x}$
(d) $\frac{1}{\sin^2 x}$ (e) $\frac{1}{-\sin^2 x}$
30. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} =$
(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3 (e) yang lain
31. Diberi $y = x^4 - 4x^3$. Maka
(a) $(0, 0)$ adalah titik maksimum
(b) $(0, 0)$ adalah titik maksimum
(c) $(0, 0)$ adalah titik lengkok balas
(d) $(1, -3)$ adalah titik maksimum
(e) yang lain

32. Diberi $f(x) = x^x$. Maka $f'(1) =$
(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3 (e) yang lain
33. $f(x) = (x - x^2)e^x$ bagi semua $x \in (0, 1)$. Maka x yang terjamin oleh teorem Rolle ialah
(a) $\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ (b) $\frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$ (c) $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$
(d) $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ (e) yang lain
34. Diberi $1 + 2i$ adalah suatu penyelesaian bagi $z^3 + az + b = 0$. Maka $a + b =$
(a) 8 (b) 9 (c) 10 (d) 11 (e) yang lain
35. Bentuk (r, θ) bagi $\frac{2}{-1 + i}$ ialah
(a) $\sqrt{2} \left[\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right]$ (b) $\sqrt{2} \left[\cos \frac{3\pi}{4} - i \sin \frac{3\pi}{4} \right]$
(c) $\sqrt{2} \left[-\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right]$ (d) $\sqrt{2} \left[-\cos \frac{3\pi}{4} - i \sin \frac{3\pi}{4} \right]$
(e) yang lain
36. Jika $z = \cos \theta + i \sin \theta$, maka $z + z^{-1} =$
(a) $2 \sin \theta$ (b) $2 \cos \theta$ (c) $-2 \sin \theta$
(d) $-2 \cos \theta$ (e) yang lain
37. $\int_0^{\pi/2} \sin 2x \, dx =$
(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3 (e) yang lain

38. $\int e^{x^2} dx =$

- (a) $e^{\frac{x^3}{3}} + c$ (b) $2xe^{x^2} + c$ (c) $e^{x^2} + c$
(d) $e^{x^2} \log x + c$ (e) yang lain

39. $\int \sin^2 x dx =$

- (a) $\frac{\sin^3 x}{3} + c$ (b) $2 \sin x \cos x + c$
(c) $\frac{\cos^3 x}{3} + c$ (d) $\frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} + c$
(e) yang lain

40. $\int_0^1 \frac{x^2 + 1}{1 + x} dx =$

- (a) $2 \log 2 - \frac{1}{2}$ (b) $2 \log 2 + \frac{1}{2}$
(c) $\frac{1}{2} \log 2 - 2$ (d) $\frac{1}{2} \log 2 + 2$
(e) yang lain

41. $\int_1^e \frac{\log^3 x}{x} dx =$

- (a) 1 (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{3}$ (d) $\frac{1}{4}$ (e) yang lain

...10/-

42. Diberi $\frac{3x + 2}{(2x - 1)^2(3 - x)} = \frac{A}{(2x - 1)^2} + \frac{B}{2x - 1} + \frac{C}{3 - x}$. Maka

(A, B, C) =

(a) $\left(\frac{7}{5}, \frac{22}{25}, \frac{11}{25} \right)$,

(b) $\left(\frac{-7}{5}, \frac{22}{25}, \frac{11}{25} \right)$

(c) $\left(\frac{7}{5}, \frac{-22}{25}, \frac{11}{25} \right)$

(d) $\left(\frac{7}{5}, \frac{22}{25}, \frac{-11}{25} \right)$

43. $\int_0^1 x^2 e^{-x} dx =$

(a) $2 + \frac{5}{e}$

(b) $2 - \frac{5}{e}$

(c) $5 + \frac{2}{e}$

(d) $5 - \frac{2}{e}$

(e) yang lain

44. Panjang lengkungan sikloid $x = 1 + \sin \theta$, $y = 1 - \cos \theta$ di antara $\theta = 0$ dan $\theta = 4\pi$ ialah

(a) π

(b) 2π

(c) 3π

(d) 4π

(e) yang lain

45. Luas permukaan yang dijanakan bila $x = \cos^3 t$, $y = \sin^3 t$ ialah

(a) $\frac{12}{2}\pi$

(b) $\frac{12}{3}\pi$

(c) $\frac{12}{4}\pi$

(d) $\frac{12}{5}\pi$

(e) yang lain

Perhatian: Markah mungkin ditolak jika salah menjawab soalan 46 hingga soalan 50.

46. $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{2 + \cos x} =$

(a) $\frac{\pi}{3\sqrt{3}}$

(b) $\frac{-\pi}{3\sqrt{3}}$

(c) $\frac{3\pi}{\sqrt{3}}$

(d) $\frac{-3\pi}{\sqrt{3}}$

(e) yang lain

47. $\int_0^1 x^3 \tan^{-1} x \, dx =$
 (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{3}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) $\frac{1}{5}$ (e) yang lain

48. Jika $I_n = \int \cos^n x \, dx$, maka $nI_n + (1 - n)I_{n-2} =$
 (a) $\cos^{n-1} x \sin x$ (b) $\sin^{n-1} x \cos x$
 (c) $-\cos^{n-1} x \sin x$ (d) $-\sin^{n-1} x \cos x$
 (e) yang lain

49. had $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{x^2} \right) =$
 (a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3 (e) yang lain

50. $\int_0^\pi \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} \, dx =$ (penggantian $x = \pi - y$)
 (a) π^2 (b) $\frac{\pi^2}{2}$ (c) $\frac{\pi^2}{3}$ (d) $\frac{\pi^2}{4}$ (e) yang lain

Soalan III

1. Diberi $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 5 & 6 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \end{pmatrix}$ Isikan tempat kosong berikut.

- (a) $\text{adj } A =$ _____
- (b) $|A| =$ _____
- (c) $A^{-1} =$ _____
- (d) $A^2(\text{adj}A) =$ _____
- (e) b.e.b.t bagi $A^T =$ _____
- (f) $|4\text{adj}(-2A)| =$ _____

... 12/-

(g) $(\text{adj } A)X = \tilde{O} \Rightarrow X = \underline{\hspace{10em}}$

(h) $\text{adj} \begin{bmatrix} -2(A^{-1})^T \\ \end{bmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow X = \underline{\hspace{10em}}$

(i) $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 5 & 6 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \end{pmatrix}^2 \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow X = \underline{\hspace{10em}}$

(j) $AX = \lambda X$ mempunyai penyelesaian tak terhingga banyaknya bermakna $\lambda^3 - 9\lambda^2 + 15\lambda = \underline{\hspace{10em}}$

(50/100)

2. (a) Lakarkan graf $y = x^3 e^{-x}$ (bincangkan semua butir)

(25/100)

(b) Diberi $f(x) = \begin{cases} e^{-1/x^2}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$

Cari $f'(0)$.

(25/100)