

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA
Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1994/1995

April 1995

SEU312 - Matematik Untuk Ahli Ekonomi

Masa: [3 Jam]

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi LAPAN muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

ARAHAN:

- I. Jawab ENAM (6) soalan dari Bahagian A (60 markah) dan DUA (2) soalan dari Bahagian B (40 markah).
 - II. Semua soalan mesti dijawab di dalam buku jawapan.
 - III. Anda boleh menggunakan mesinkira saintifik tetapi tanpa pemrograman.
-

Bahagian A (60 markah)

Jawab ENAM (6) soalan sahaja dari bahagian ini:

1. Carikan terbitan pertama bagi fungsi-fungsi berikut:

(a) $y = \frac{4x^2 - 1}{2x^2 - 3x - 2}$,

(b) $y = e^{4x+2x} \ln x^{1/4}$,

(c) $m = 9^n - 2n^2 + 1$,

(d) Carikan $\frac{dq}{dp}$ bagi persamaan tersirat: $pq^2 + p^2 + 4pq + 4q^2 = 0$

(10 markah)

...2/-

2. Nilaikan kamilan-kamilan berikut:

(a) $\int \frac{18x^2 - 4}{3x^3 - 2x} dx$,

(b) $\int x^2 e^{-x} dx$,

(c) $\int \frac{3}{4x^2 - 25} dx$,

(d) $\int_{x=0}^1 \int_{y=2}^4 (-x + y) dy dx$

(10 markah)

3. (a) Diberikan fungsi pengeluaran keanjalan penggantian malar:

$$Q = A [\alpha L^{-\rho} + \beta K^{-\rho}]^{-1/\rho}$$

di mana A, α , β , ρ adalah parameter.

(i) Buktikan bahawa keanjalan penggantian fungsi pengeluaran tersebut ialah:

$$\sigma = \frac{\text{fungsi marginal}}{\text{fungsi purata}} = \frac{1}{1 + \rho}$$

(ii) Gunakan kaedah biasa untuk membuktikan bahawa fungsi tersebut homogenous dan berdarjah 1.

(b) Katakan x mewakili pembolehubah bersandar dan y dianggap sebagai pembolehubah tak bersandar, carikan pembeza seluruh peringkat pertama (dm) dan peringkat kedua (d²m) bagi fungsi:

$$m = x^2 + 2xy + y^2 ,$$

$xy = k$, di mana k = pemalar.

(c) Fungsi kos marginal berbentuk:

$$\frac{dTC}{dQ} = MC = 2Q + 6Q^2$$

...3/-

Apabila $Q = 5$, jumlah kos = 75 ,

- (i) dapatkan fungsi jumlah kos;
- (ii) carikan paras jumlah kos jika output = 10 unit.

- (d) Fungsi kos Syarikat Malahana Sdn. Bhd. berbentuk: $C = 10 + 5Q + Q^2$,
dan fungsi permintaannya ialah: $P = 10 - Q$.

Hitungkan:

- (i) fungsi untung marginal,
- (ii) paras output dan harga di mana untung adalah maksimum.

(10 markah)

4. (a) Fungsi penggunaan Negara Pontinanak ialah: $C = 3 + 0.5Y + 0.01Y^2$.
Hitungkan keanjalan penggunaan terhadap pendapatan pada paras $Y = 10$ unit.
Tafsirkan sama ada ia anjal atau tidak.

- (b) Diberikan fungsi $Z = m^2 + n^2 - 4mn + m + n + 20$, tentukan sama ada ia mempunyai titik maksimum, minimum, pelana, bengkok balas atau tidak boleh ditentukan.

- (c) Gunakan kaedah pengganda Lagrange untuk menentukan titik optimum bagi fungsi:

$$W = 160s + 120t - 2s^2 - 2st - t^2 , \text{ tertakluk kepada kekangan } s + t = 60.$$

Gunakan teknik sempadan Hessian untuk menunjukkan syarat peringkat kedua.

- (d) Fungsi permintaan Syarikat Oki Yama Sdn. Bhd. (pemonopoli yang sentiasa ingin memaksimumkan untung) diwakili oleh: $p = 20 - 2q$.
Fungsi kos syarikat itu berbentuk: $TC = 5 + 10q$.

- (i) Katakan kerajaan mengenakan kadar cukai untung $t = 0.5$ ke atas syarikat tersebut, hitungkan paras harga, output dan untung.
- (ii) Apabila cukai jualan $s = 5$ ringgit dikenakan kepada setiap unit outputnya, nilaikan paras harga, output dan untung.

(10 markah)

...4/-

5. (a) Fungsi pelaburan Syarikat Permodalan Anak Alam Sdn. Bhd. ialah $I(t) = 10t^{0.4}$.
Anda dikehendaki menghitung paras pembentuk modal di dalam tempoh masa 8 tahun serta dari 1.1.06 hingga 31.12.08.

(b) Fungsi permintaan dan penawaran Syarikat Rakan Muda Sdn. Bhd. (pemonopoli) diwakili oleh:

$$2P + Q = 20 \quad (\text{fungsi permintaan}),$$

$$P - 4 = Q \quad (\text{fungsi penawaran}).$$

(i) Hitungkan lebihan pengguna dan lebihan pengeluar (sewa ekonomi) dari $Q = 0$ hingga titik keseimbangan.

(ii) Apakah nilai lebihan sosial?

(c) Selesaikan persamaan pembeza peringkat pertama seperti berikut:

$$6y^2(x^3 - 5) dy + 9x^2(y^3 - 3) dx = 0.$$

(d) Dapatkan penyelesaian bagi persamaan pembeza linear peringkat kedua seperti di bawah:

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} + 8y = 24.$$

(10 markah)

6. (a) Carikan penyelesaian bagi persamaan beza peringkat pertama seperti di bawah:
 $y_t - 3y_{t-1} = 2$, di mana $y_0 = 4$.

(b) Persamaan beza peringkat kedua diwakili oleh: $y_t + 3y_{t-1} - 4y_{t-2} = 10$.
Selesaikan persamaan tersebut. (Anda boleh terus menggunakan formula yang berkaitan tanpa membuktikannya.)

(c) Katakan koefisien Gini boleh dihitung melalui formula:

$$G = 2 \int_0^1 (x - x^3) dx.$$

Hitungkan nilai koefisien Gini tersebut.

(d) Diberikan fungsi permintaan (atau fungsi hasil purata AR) sebagai: $P = 4 - 0.5Q$,
buktikan bahawa $2\nabla AR = \nabla MR$, (∇ = kecerunan).
Jelaskan dengan menggunakan rajah.

(10 markah)

...5/-

7. (a) Bincangkan kegunaan ilmu matematik di dalam bidang ekonomi atau pengurusan. Bekalkan TIGA contoh yang berkenaan.

(b) Encik Suka-Rehat berpendapat bahawa masa lapang adalah sejenis kepuasan yang amat bernilai. Fungsi utilitinya berbentuk:

$u = 200x + 250y + 5xy - 0.5x^2 - 0.5y^2$, di mana x = masa lapang, y = pendapatan yang diperolehi di dalam setiap minggu.

Anggalkan beliau bekerja w jam seminggu dan upahnya RM5 sejam.

(i) Dapatkan perubahan utiliti yang disebabkan oleh perubahan dalam bilangan jam yang beliau bekerja setiap minggu (iaitu du/dw).

(ii) Jika $x = 123$ jam (masa lapang di dalam setiap minggu), $y = RM225$ (jumlah pendapatan di dalam setiap minggu), apakah nilai utilitinya?

(c) A dan B ditangkap oleh polis kerana menjual tiket bas (pada musim Hari Raya Puasa) pada harga yang amat tinggi. Jika A dan B mengaku salah masing-masing, setiap orang akan didenda sebanyak RM 5 ratus. Jika kedua-duanya tidak mengaku salah, mereka hanya didenda sebanyak RM 2 ratus seorang. Jika A mengaku salah dan B tidak mengaku salah, A akan didenda RM 10 ratus dan B, RM 1 ratus dan sebaliknya. Masalah serbasalah banduan ini boleh dipamerkan di dalam jadual seperti berikut:

Banduan A & B

Mengaku Salah Tak Mengaku Salah

	A,B	A,B
Mengaku Salah	-5, -5	-1, -10
Tak Mengaku Salah	-10, -1	-2, -2

- (i) Tentukan nilai keseimbangan Nash dan berikan penjelasan yang sesuai.
- (ii) Bekalkan rajah pokok (tree diagram) untuk menggambarkan masalah serbasalah banduan ini.

(10 markah)

...6/-

Bahagian B (40 markah)

Jawab DUA (2) soalan sahaja dari Bahagian ini:

- 8. (a) Syarikat Surat Khabar Bintang Sdn. Bhd. mencetak Surat Khabar di Pulau Pinang dan di Petaling Jaya secara serentak. Fungsi permintaannya (iaitu yang diedarkan di seluruh Malaysia) berbentuk $P = 4 - Q$. Fungsi kos di setiap kilang diwakili oleh:

Di Pulau Pinang: $C_1 = 2Q_1 + 4Q_1^2$

Di Petaling Jaya: $C_2 = 2Q_2 + 4Q_2^2$

- (i) Jika Syarikat Surat Khabar ini ingin memaksimumkan untung, hitungkan paras output di kilang Pulau Pinang dan di Kilang P.J.
 - (ii) Hitungkan keanjalan permintaan harga pada paras untung yang maksimum.
 - (iii) Sekiranya Syarikat itu hanya mengendalikan pengeluarannya di Pulau Pinang sahaja dan fungsi kos keseluruhan diwakili oleh $C = 20 + 4Q^2$ sedangkan fungsi permintaannya tidak berubah, hitungkan paras output dan harga di mana untung adalah maksimum.
- (b) Model Makroekonomi Negara Usuli mempunyai fungsi identiti dan fungsi gelagat seperti di bawah:

(1) $Y = C + I + G_0 + X_0 - M$

(2) $C = a + bY_D$

(3) $Y_D = Y - T$

(4) $T = t_0 + t_1Y$

(5) $I = c - dr + eY$

(6) $M = f_0 + f_1Y + f_2E$

(7) $M^D = g_0 - g_1r + g_2Y$

(8) $M^S/P = h_0 + h_1r$

(9) $M^S = M^D$

di mana G_0 = perbelanjaan kerajaan autonomus, X_0 = eksport autonomus, M = import, r = kadar bunga, E = kadar pertukaran asing, M^D = permintaan wang, M^S = penawaran wang, P = paras harga umum.

$a, b, t_1, c, d, e, f_j, g_j, h_j$ adalah parameter-parameter, dan $i = 0,1; j = 0,1,2$.

- (i) Dengan menggunakan fungsi (7), (8) dan (9), carikan keluk LM di dalam bentuk:

$$Y = \underline{\hspace{10cm}}$$

- (ii) Dengan menggunakan fungsi (6) dan X_0 , dapatkan keseimbangan di dalam sektor antarabangsa.

- (iii) diberikan keluk IS (termasuk sektor antarabangsa) berbentuk:

$$Y = \frac{a - bt_0 + c + G_0 + X_0 - f_0 - f_2E - dr}{1 - b - bt_1 - e - f_1},$$

carikan keluk permintaan agregat AD (iaitu IS = LM) di dalam bentuk:

$$P = \underline{\hspace{10cm}}$$

- (iv) Hitungkan nilai pengganda terhadap perbelanjaan kerajaan (iaitu $\partial Y/\partial G_0$) dan nilai pengganda terhadap kadar pertukaran asing (iaitu $\partial Y/\partial E$) dari keluk IS yang dibekalkan di dalam 8(b)(iii) di atas.

(20 markah)

9. (a) Fungsi permintaan dan fungsi penawaran di pasaran Bukit Fraser boleh disenaraikan seperti berikut:

$$Q^D = 16 - 4P, \quad Q^S = -2 + 2P,$$

dan kadar perubahan harga terhadap masa ialah:

$$\frac{dP}{dt} = \frac{1}{3} (Q^D - Q^S), \quad \text{diberikan } P(0) = 4.$$

Hitungkan nilai $P(t)$. Jelaskan sama ada paras harga ini stabil atau tidak dalam jangka panjang.

- (b) Fungsi utiliti Encik Mulut-Besar diwakili oleh:

$$U = \ln x^5 y^3, \quad \text{tertakluk kepada kekangan belanjawan } 5x + 3y = 40,$$

di mana x = daging ayam dalam kg., dan y = daging itek dalam kg.

- (i) Gunakan kaedah pengganda Lagrange untuk menghitung kuantiti x dan y pada paras optimum.

- (ii) Tunjukkan syarat peringkat kedua, iaitu sempadan Hessian.

- (iii) Apakah nilai kecerunan garis beranjawan tersebut (iaitu dy/dx)?

(20 markah)

...8/-

10. (a) Fungsi permintaan minyak kelapa sawit di Negara Cincina berbentuk:

$$P_t^D = \frac{7}{3} - \frac{4}{3} Q_t, \text{ dan fungsi penawaran minyak sawit tersebut diwakili oleh:}$$

$$Q_t^S = \frac{1}{2} + \frac{3}{5} P_{t-1}.$$

- (i) Andaikan $P_0 = 1$, selesaikan persamaan beza serentak peringkat pertama tersebut di dalam keadaan keseimbangan.
- (ii) Jelaskan gelagat laluan masa bagi paras harga tersebut.
- (b) Di Negara Garuda, y mewakili pendapatan nasional, model persamaan beza peringkat kedua diwakili oleh:
- $$y_t - 5y_{t-1} + 6y_{t-2} = 10, \text{ di mana } y_0 = 17, y_1 = 31.$$
- (i) Selesaikan persamaan beza tersebut.
- (ii) Tafsirkan gelagat laluan masa terhadap pendapatan nasional negara tersebut.
- (c) Di dalam pasaran Rakan Tua, fungsi permintaan dan fungsi penawaran terhadap makanan ikan berbentuk:

$$Q^D = P'' - 2P' - 2P + 20$$

$$Q^S = -4 + 6P$$

$$\text{katakan } P(0) = 8, \quad P'(0) = 8.$$

- (i) Selesaikan persamaan pembeza serentak peringkat kedua, $P(t)$ tersebut.
- (ii) Tafsirkan gelagat laluan masa untuk paras harga tersebut dalam jangka panjang.

(20 markah)