

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang 1986/87

Kursus Sains Matrikulasi I

TMD 102 - Matematik Matrikulasi I

Tarikh: 26 Mac 1987

Masa: 9.00 - 12.00 t/hari
(3 jam)

Jawab semua soalan Bahagian A (2 soalan) dan pilih 3 soalan dari Bahagian B.

Bahagian A (Jawab semua soalan)

1. (a) Tukarkan yang berikut kepada radian

(i) $16^{\circ} 50'$

(ii) $44^{\circ} 5'$

(iii) 225°

(iv) 327°

(b) Hasil tambah bagi suatu jangjang aritmatik adalah 20. Sebutan pertama adalah 8. Beza sepunya adalah -2. Cari bilangan sebutan jangjang ini.

(c) Katakan $f(t) = \sqrt{1 - t^2} \quad \forall t \in [-1, 1]$ $g(r) = \frac{1}{r}$
 $\forall r \neq 0$. Bentukkan fog dan gof serta domain masing-masing.

- 2 -

(d) Cari penyelesaian bagi nilai θ di antara 0 dan 360° bagi

$$(i) \quad 8 \sin^2 \theta + 6 \cos \theta - 9 = 0$$

$$(ii) \quad 2 \sin^4 \theta + \sin^2 \theta - 1 = 0$$

(e) Lakarkan graf berikut serta tentukan julat masing-masingnya.

$$(i) \quad f(x) = \begin{cases} 1 & \forall x \geq 2 \\ 0 & \forall x < 2 \end{cases}$$

$$(ii) \quad f(x) = \begin{cases} |x| & \forall x < 0 \\ \|x\| & \forall x \geq 0 \end{cases}$$

$$(iii) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & x < 0 \\ -5 & x = 0 \\ \|x + 2\| & x > 0 \end{cases}$$

2. (a) Andaikan sebutan pertama dan sebutan kelima bagi suatu janjang geometri adalah $2\frac{1}{4}$ dan $\frac{4}{9}$. Dapatkan sebutan kedua, ketiga dan keempat.

(b) Tunjukkan

$$(i) \quad \cos x + \sin y \sin (x - y) = \cos y \cos (x - y)$$

$$(ii) \quad \frac{\tan (A - B) + \tan (A + B)}{1 - \tan (A - B) \tan (A + B)} = \tan 2A$$

...3/-

(c) Tunjukkan bahawa $(a - b)$ merupakan suatu faktor bagi $a^2(b - c) + b^2(c - a) + c^2(a - b)$.
Seterusnya dapatkan 2 faktor lagi.

(d) Cari pekali x^4 dalam kembangan $x(1 + \frac{x}{4})^{12}$.

(e) Cari hasil tambah siri

$$1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 19.20$$

(f) Jika jejari bumi adalah 6370 km. Dapatkan jarak terdekat di antara dua tempat x dan y di Khatulistiwa jika sudut yang dibuat di pusat bumi adalah $36^\circ 15'$.
Seterusnya atau dengan cara lain cari jarak terjauh jika diukur melalui Khatulistiwa.

Bahagian B (Jawab 3 soalan sahaja)

3. (a) Bentukkan fof yang mana $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$, $\forall x \neq 1$.
Seterusnya tunjukkan bahawa $(fof) \circ (fof) = f$.
- (b) Menggunakan penggantian $t = \tan \frac{1}{2}\theta$, cari nilai θ di antara 0 dan 360° bagi $\cos \theta = 2(1 + \sin \theta)$.
- (c) Hasil tambah n sebutan bagi suatu janjang adalah $2n^2 - n$.
- (i) Cari sebutan ke n
- (ii) Tunjukkan janjang itu adalah janjang arimatik.
- (d) Dapatkan kembangan $(1-x)^{\frac{1}{2}}$ sehingga sebutan x^4 .
Dengan mengambil $x = \frac{1}{64}$, cari $\sqrt{7}$ dengan memberi jawapan anda dalam bentuk $\frac{p}{q}$ di mana p dan q adalah integer.
4. (a) Diberi bahawa $\sin(x + 30^\circ) = 2 \cos(x + 60^\circ)$.
Cari nilai $\cot x$. Seterusnya cari nilai x di antara 0 dan 360° yang memenuhi persamaan di atas.
- (b) Menggunakan aruhan matematik tunjukkan
- $$1.1! + 2.2! + 3.3! + 4.4! + \dots + n.n! = (n+1)! - 1$$
- $$\forall n \geq 1$$

...5/-

- (c) Dapatkan sebutan yang bebas dari x bagi kembangan binomial

$$\left(x^p + \frac{1}{x^{2p}}\right)^{3n}, \quad p \neq 0, n \text{ adalah}$$

integer positif.

Seterusnya cari sebutan yang bebas dari x bagi

$$\left(x^p + \frac{1}{x^{2p}}\right)^{12}.$$

- (d) Diberi $f : \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{2}{x}$

dan $g : \{x : -2 \leq x \leq 2\} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \sqrt{4 - x^2}$

Cari

(i) $f + g$

(ii) $f - g$

(iii) fg

(iv) $\frac{f}{g}$

serta nyatakan domain masing-masing.

5. (a) Jika $\sin x = \frac{3}{4}$ dan $\cos y = \frac{3}{5}$ cari

(i) $\sin(x + y)$

(ii) $\cos(x + y)$

(iii) $\tan(x + y)$

...6/-

✓
- 6 -

(b) Tunjukkan $f(x) = \frac{x-1}{x-2}$, $\forall x \neq 2$ satu ke satu.

Seterusnya cari f^{-1} .

(c) Dapatkan pecahan separa bagi

$$\frac{2x+1}{(x+1)^2(x^2-2x+2)}$$

(d) Dalam kembangan $(1+x^2+ax^3)^4$, pekali bagi x^4 sama dengan pekali x^6 . Cari nilai a

(e) Diberi bahawa $f(t) = 5 + 4t - t^2$. Dapatkan $g(t)$ jika $g(t) = \frac{f(t+h) - f(t)}{h}$.

Seterusnya cari nilai $g(0)$ dan $g(2)$ dalam sebutan h .

6. (a) Baki apabila $2x^3 - x^2 - 2x + p$ dibahagi dengan $x - 1$ sama dengan baki apabila $2x^3 + x - p$ dibahagi dengan $2x + 1$. Cari nilai p .

(b) Cari nilai θ di antara 0 dan 360° bagi

(i) $\sin \theta = \frac{1}{2} \cos (\theta - 360^\circ)$

(ii) $\cos 3\theta = -2 \cos \theta$

...7/-

(c) Jika sebutan x^2 dan sebutan kuasa x lebih tinggi diabaikan, cari kembangan bagi

(i) $(4 - 2x)^{\frac{1}{2}}$

(ii) $(1 - 3x)^{1/3}$

(iii) $(2 + x)^{-1}$

(iv) $(1 - x)^{-\frac{1}{2}}$

Seterusnya cari nilai a dan b bagi yang berikut

$$\frac{(4 - 2x)^{\frac{1}{2}} + (1 - 3x)^{1/3}}{(2 + x)^{-1} + (1 - x)^{-\frac{1}{2}}} = a + bx$$

(d) Cari hasil tambah enam sebutan pertama dari jang geometri, jika sebutan ketiga adalah 27 dan sebutan keenam adalah 8.

(e) Katakan $f(x) = x^2 + 3x + 9$, $g(x) = x - 3$ dan

$$h(x) = x(x + 3), \text{ cari}$$

(i) $g + f - h$

(ii) $g(h + f)$

(iii) fgh

(iv) $\frac{(h + g) f}{h}$

Serta domain masing-masing.

7. (a) Lakarkan graf hasil darab Cartesian $A \times B$ untuk

(i) $A = [-1, 2]$, $B = (-2, 2)$

(ii) $A = [0, \infty)$, $B = (-\infty, 2)$

(iii) $A = \{ [-1, 1] \cup (2, 3) \}$, $B = \{ [0, 5] \cap (3, 4) \}$

- (b) Hasil tambah lima nombor dalam suatu janting arimatik ialah 25. Hasil tambah kuasadua semua nombor-nombor itu adalah 165. Cari nombor-nombor itu.
- (c) Buktikan
- (i) $\cos 3\theta = 4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta$
- (ii) $\frac{\cos 3\theta}{\cos \theta} - \frac{\cos 6\theta}{\cos 2\theta} = 2(\cos 2\theta - \cos 4\theta)$
- (iii) $\frac{\cos 2\theta + \cos \theta}{\sin 2\theta - \sin \theta} = \cot \left(\frac{\theta}{2}\right)$
- (d) Jika $\cos A = -\frac{4}{5}$ dan $\cos B = \frac{12}{13}$, di mana sudut A cakah dan sudut B tirus, cari
- (i) $\tan (A + B)$
- (ii) $\sin (A - B)$
- (e) Jika $f(x) = x^2 + 1$ dan $g(x) = |x| - x$. Cari fog dan gof serta domain masing-masingnya.

- ooo000ooo -