UNIVERSITI SAINS MALAYSIA
INSTITUT ASTIN

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1998/99

April 1999

ATW 122 - KAEDAH KUANTITATIF

Masa: [3 jam]

ARAHAN

Sila pastikan kertas peperiksaan ini mengandungi **SEBELAS (11)** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan.

Jawab **TIGA (3)** soalan dari **Bahagian A** (Statistik) dan **DUA (2)** soalan dari **Bahagian B** (Matematik).

BAHAGIAN A (STATISTIK)

Jawab sebarang 3 (TIGA) soalan dari bahagian ini.

Soalan1

Jadual berikut menunjukkan tempoh siaran setiap iklan di sebuah stesen televisyen.

Tempoh Siaran (minit)	Bilangan iklan
≤ 2.00	5
≤ 2.05	8
≤ 2.10	16
≤ 2.15	9
≤ 2.20	6
≤ 2.25	4
≤ 2.30	2

a. Hitung min sisihan piawai dan pekali variasi bagi tempoh siaran sesuatu iklan.
b. Lakarkan suatu ogif "kurang dari".
c. Dengan menggunakan ogif anda, anggarkan yang berikut:
  i. Median
  ii. Julat antara kuartil
  iii. Peratusan iklan yang tempoh siarannya melebihi 2.22 minit.
d. Katakan pendapatan dari iklan bagi stesen TV adalah sebanyak RM500 seminit. Hitung min dan sisihan piawai bagi pendapatan dari setiap iklan.

[20 markah]

...2/-

Soalan 2

(a) Kilang Waja Steel mempunyai 1000 orang pekerja. Dalam sesuatu tahun 1% daripada pekerja akan mengalami kemalangan kecil. Daripada 1% ini, 40% telah menjalani latihan keselamatan. 90% daripada semua pekerja di kilang itu tidak menjalani latihan keselamatan. Apakah kebarangkalian seorang pekerja tidak mengalami sebarang kemalangan di tempat kerja jika

i. dia tidak pernah menjalani latihan keselamatan?
ii. dia pernah menjalani latihan keselamatan?

[10 markah]

(b) Sebuah kilang, menggunakan sejenis mesin automatik dalam proses pengeluarannya. Puratanya mesin ini mengalami kerosakan sebanyak 1.5 kali dalam seminggu. Apakah kebarangkalian bahawa

i. tiada kerosakan mesin akan berlaku minggu depan?
ii. mesin itu mengalami lebih daripada tiga kerosakan minggu depan?
iii. mesin itu mengalami tidak lebih daripada 4 kerosakan sepanjang 4 minggu berikutnya?

[10 markah]

Soalan 3

Hwa Tai (M) Bhd. ingin mula menjual sejenis biskut yang setiap keping mempunyai purata berat 40gm. dan sisihan piawai 6 gm. Biskut ini dijual dalam bungkus seberat 500 gm. Akan tetapi proses pengeluaran tidak menjamin yang setiap keping biskut akan mempunyai berat yang tepat sama. Setiap bungkus diukur beratnya dan jika kurang daripada 500 gm. ia akan ditolak dengan kos yang dianggarkan sebanyak RM1.00.

Syarikat ini berupaya menghasilkan 500,000 bungkus seminggu dan kos pengeluaran se bungkus (dalam RM) diberikan sebagai $0.5 + 0.1n$, jika n ialah bilangan keping biskut dalam setiap bungkus;

i. Jika 13 keping biskut dimasukkan ke dalam setiap bungkus, apakah min dan sisihan piawai bagi berat sebungkus?
ii. Jika taburan berat sekeping biskut diandaikan bertaburan normal, apakah kebarangkalian yang suatu bungkus yang mengandungi 13 keping biskut akan ditolak?
iii. Hitung purata kos pengeluaran seminggu jika semua bungkus yang dihasilkan mengandungi 13 keping biskut dengan mengambilkira kos penolakan dan juga kos pengeluaran. Berapa keping biskut yang patut dimuatkan untuk meminimumkan jumlah kos pengeluaran (hitung bagi bungkus dengan 14, dan 15 keping dan bandingkan dengan yang mengandungi 13 bungkus)?

[20 markah]

...3/-

Soalan 4

(a) Sebuah mesin mengeluarkan batang besi yang panjangnya bertaburan normal dengan min 4.20 m dan sisihan piawai 0.15 m. Selepas digunakan selama sebulan, mesin ini diservis. Sebaik sahaja diservis suatu sampel rawak sebanyak 100 batang besi diukur dan didapati purata panjangnya ialah 4.23 m.

Adakah min panjang batang besi yang dihasilkan selepas mesin diservis telah berubah? Uji hipotesis ini dengan menggunakan aras keertian 5%. Nyatakan kedua-dua hipotesis nol dan alternatif yang anda gunakan.

[10 markah]

(b) Seorang pengusaha ingin menentukan kadar barangan "sub-standard" yang dihasilkan oleh sebuah mesinnya. Untuk tujuan ini, suatu sampel rawak sebanyak 400 unit diuji dan didapati 60 unit dikelaskan sebagai sub-standard. Dapatkan selang keyakinan 99% bagi kadaran barangan "sub-standard" yang dihasilkan oleh mesin ini.

[10 markah]

BAHAGIAN B (MATEMATIK)
Jawab sebarang 2 (DUA) soalan dari bahagian ini.

Soalan 5

(a) Andaikan matriks A, B dan C adalah seperti yang berikut:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} a & x \\ b & y \end{pmatrix}$$

i. Cari matriks hasildarab AB
ii. Cari matriks D supaya D = AC
iii. Tunjukkan bahawa BD = C

(b) Sebuah firma pemaju perumahan ingin membina rumah mengikut jadual, S yang berikut:

Bulan	Jenis rumah		
	Banglo	1-tingkat	2-tingkat
Jun	5	7	4
Julai	6	5	8

Keperluan bahan bagi setiap biji rumah adalah seperti jadual, M yang berikut:

Jenis rumah	Bahan Mentah			
	Keluli	Kayu	Batu	Cermin
Banglo	4	7	5	3
1-tingkat	3	5	4	2
2-tingkat	6	9	4	2

Cari hasildarab SM dan berikan maksudnya.

(c) Selesaikan set persamaan serentak yang berikut melalui kaedah matriks.

$3x_1 + 2x_2 + 1x_3 = 9$
$1x_1 + 1x_2 - 1x_3 = 6$
$2x_1 - 1x_2 + 4x_3 = 12$

[20 markah]

Soalan 6

(a) Jumlah kos pengeluaran suatu produk diberikan sebagai K(x) = 1200 + 20x dan fungsi hasilnya diberikan sebagai $H(x) = 2x^2$, jika x ialah bilangan unit produk. Cari nilai x jika

i. firma itu ingin memaksimumkan keuntungan
ii. keuntungan adalah sifar
iii. keuntungan adalah RM800

(b) Sebuah kilang pengeluaran lampu mengetahui bahawa ia boleh menjual x lampu setiap minggu dengan setiap satu berharga p ringgit di mana 5x = 375 − 3p. Kos pengeluaran ialah $500 + 15x + 1/5\ x^2$. Tunjukkan bahawa keuntungan maksimum dapat dicapai dengan mengeluarkan 30 lampu seminggu. Seterusnya cari keuntungan maksimum.

(c) Bezakan fungsi-fungsi berikut:

i) $f(x) = \dfrac{2x}{1-x}$ *ii)* $f(x) = (1-2x)^2(1+x)$

(d) Kamirkan fungsi-fungsi berikut:

i) $\int \dfrac{1}{1-2x}dx$ *ii)* $\int (2x^3 - 3x + 6)dx$

[20 markah]

...5/-

Soalan 7

Sebuah syarikat membuat tiga jenis produk, A, B dan C dengan menggunakan dua komponen, X dan Y. Seunit produk A memerlukan 3 unit komponen X dan 2 unit komponen Y. Seunit produk B pula memerlukan 5 dan 4 unit komponen X dan Y masing-masing; sementara seunit produk C memerlukan 7 dan 6 unit komponen X dan Y masing-masing. Gunakan **matriks** untuk menjawab soalan-soalan yang berikut.

a. Katakan kilang ini menerima pesanan sebanyak 5 unit A, 10 unit B dan 4 unit C. Berapakah bilangan unit X dan Y yang diperlukan?

b. Sekiranya harga seunit komponen X ialah RM10 dan seunit Y ialah RM20, tentukan kos untuk memenuhi pesanan dalam bahagian (a).

c. Katakan anda mempunyai bekalan sebanyak 200 unit X dan 140 unit Y. Jika produk C tidak diperlukan. Berapa banyak unit A dan B yang boleh dihasilkan?

[20 markah]

...6/-

LAMPIRAN

RUMUS

1. Min Aritmetik Populasi dan Sampel

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{N} X_i}{N} \ldots\ldots \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \ldots atau \ldots \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i} \ldots\ldots bagi \ldots data \ldots terkumpul$$

2. Min berpemberat (Weighted Mean)

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} W_i \cdot x_i}{\sum_{i=1}^{k} W_i}$$

3. Min Geometri (Geometric Mean)

$$M_g = \sqrt[n]{X_1 \cdot X_2 \ldots X_n}$$

4. Median

$$\tilde{m} = \left[\frac{(n+1)/2 - (F+1)}{f_m} \right] W + L_{\tilde{m}}$$

$L_{\tilde{m}} = had \ldots bawah \ldots kelas \ldots median;$

$f_m = kekeapan \ldots kelas \ldots median$

$W = lebar \ldots kelas$

5. Mod

$$M_o = \left[\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right] W + L_{M_o}$$

$d_1 = ke\text{ker}\,apan \ldots kelas \ldots \text{mod} \ldots tolak \ldots ke\text{ker}\,apan \ldots kelas \ldots satu \ldots lebih \ldots rendah$

$d_2 = ke\text{ker}\,apan \ldots kelas \ldots \text{mod} \ldots tolak \ldots ke\text{ker}\,apan \ldots kelas \ldots satu \ldots lebih \ldots atas$

6. Julat antara Kuartil: $Q_3 - Q_1$

7. Varians dan sisihan piawai populasi

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x-\mu)^2}{N} = \frac{\sum x^2}{N} - \mu^2 \ldots\ldots \sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

...7/-

8. Varians dan sisihan piawai

$$s^2 = \frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n-1} = \frac{\sum x^2}{n-1} - \frac{n\bar{x}^2}{n-1} = \frac{\sum f \cdot x^2}{n-1} - \frac{n\bar{x}^2}{n-1} \ldots\ldots s = \sqrt{s^2}$$

9. Skor piawai

$$s_p = \frac{x-\mu}{\sigma} \ldots\ldots atau \ldots\ldots s_p = \frac{x-\bar{x}}{s}$$

10. Kebarangkalian:

P(A atau B) = P(A) + P(B) – P(AB) - Petua penambahan
P(AB) = P(A|B).P(B) = P(B|A).P(A) - Petua Pendaraban
P(A|B) = P(AB)/P(B)

11. Selang keyakinan 100(1 – α)% bagi min μ atau kadaran, p

$$\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \ldots\ldots bagi \ldots \mu$$

$$\hat{p} \pm z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \ldots\ldots bagi \ldots p$$

12. Petua Pembezaan

$$y = ax^n \Rightarrow \frac{dy}{dx} = anx^{n-1}$$

$$y = f(x) \pm g(x) \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{df(x)}{dx} \pm \frac{dg(x)}{dx}$$

$$y = f(x)g(x) \Rightarrow \frac{dy}{dx} = g(x)\frac{df(x)}{dx} + f(x)\frac{dg(x)}{dx}$$

$$y = f(U) \text{ dan } U = g(x) \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{df(U)}{dU} \times \frac{dg(x)}{dx}$$

$$y = b^{f(x)} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = f'(x)b^{f(x)} \ln b$$

$$y = \ln f(x) \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{1}{f(x)} f'(x)$$

$$y = x^{r/s} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{r}{s} x^{r/s-1}$$

13. Petua Kamiran

$$\int ax^n dx = anx^{n+1} + C$$

$$\int (ax+b)^n dx = \frac{(ax+b)^{n+1}}{a(n+1)} + C$$

$$\int \frac{1}{(ax+b)} dx = \frac{\ln(ax+b)}{a} + C$$

$$\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$$

$$\int u dv = uv - \int v du$$

The table gives the probability that r or more random events are contained in an interval when the average number of such events per interval is m, i.e.

$$\sum_{x=r}^{\infty} e^{-m} \frac{m^x}{x!}$$

Where there is no entry for a particular pair of values of r and m, this indicates that the appropriate probability is less than 0.000 05. Similarly, except for the case r = 0 when the entry is exact, a tabulated value of 1.0000 represents a probability greater than 0.999 95.

m =	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
r = 0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
1	.0952	.1813	.2592	.3297	.3935	.4512	.5034	.5507	.5934	.6321
2	.0047	.0175	.0369	.0616	.0902	.1219	.1558	.1912	.2275	.2642
3	.0002	.0011	.0036	.0079	.0144	.0231	.0341	.0474	.0629	.0803
4		.0001	.0003	.0008	.0018	.0034	.0058	.0091	.0135	.0190
5				.0001	.0002	.0004	.0008	.0014	.0023	.0037
6							.0001	.0002	.0003	.0006
7										.0001

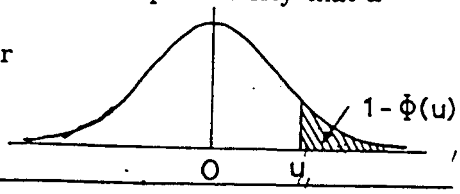
m =	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
r = 0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
1	.6671	.6988	.7275	.7534	.7769	.7981	.8173	.8347	.8504	.8647
2	.3010	.3374	.3732	.4082	.4422	.4751	.5068	.5372	.5663	.5940
3	.0996	.1205	.1429	.1665	.1912	.2166	.2428	.2694	.2963	.3233
4	.0257	.0338	.0431	.0537	.0656	.0788	.0932	.1087	.1253	.1429
5	.0054	.0077	.0107	.0143	.0186	.0237	.0296	.0364	.0441	.0527
6	.0010	.0015	.0022	.0032	.0045	.0060	.0080	.0104	.0132	.0166
7	.0001	.0003	.0004	.0006	.0009	.0013	.0019	.0026	.0034	.0045
8			.0001	.0001	.0002	.0003	.0004	.0006	.0008	.0011
9							.0001	.0001	.0002	.0002

m =	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9	3.0
r = 0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
1	.8775	.8892	.8997	.9093	.9179	.9257	.9328	.9392	.9450	.9502
2	.6204	.6454	.6691	.6916	.7127	.7326	.7513	.7689	.7854	.8009
3	.3504	.3773	.4040	.4303	.4562	.4816	.5064	.5305	.5540	.5768
4	.1614	.1806	.2007	.2213	.2424	.2640	.2859	.3081	.3304	.3528
5	.0621	.0725	.0838	.0959	.1088	.1226	.1371	.1523	.1682	.1847
6	.0204	.0249	.0300	.0357	.0420	.0490	.0567	.0651	.0742	.0839
7	.0059	.0075	.0094	.0116	.0142	.0172	.0206	.0244	.0287	.0335
8	.0015	.0020	.0026	.0033	.0042	.0053	.0066	.0081	.0099	.0119
9	.0003	.0005	.0006	.0009	.0011	.0015	.0019	.0024	.0031	.0038
10	.0001	.0001	.0001	.0002	.0003	.0004	.0005	.0007	.0009	.0011
11					.0001	.0001	.0001	.0002	.0002	.0003
12									.0001	.0001

.. 10/-

AREAS IN TAIL OF THE NORMAL DISTRIBUTION

The function tabulated is $1 - \Phi(u)$ where $\Phi(u)$ is the cumulative distribution function of a standardised Normal variable u. Thus $1 - \Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_u^\infty e^{-x^2/2}\, dx$ is the probability that a standardised Normal variable selected at random will be greater than a value of u $\left(= \frac{x-\mu}{\sigma}\right)$.

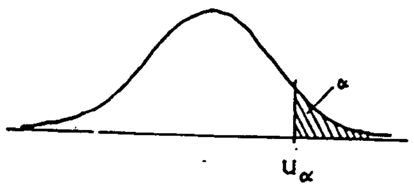


$\frac{(x-\mu)}{\sigma}$	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641
0.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
0.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
0.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3483
0.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
0.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
0.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546	.2514	.2483	.2451
0.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2296	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
0.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
0.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
1.0	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003	.0985
1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0721	.0708	.0694	.0681
1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
1.8	.0359	.0351	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
2.0	.02275	.02222	.02169	.02118	.02068	.02018	.01970	.01923	.01876	.01831
2.1	.01786	.01743	.01700	.01659	.01618	.01578	.01539	.01500	.01463	.01426
2.2	.01390	.01355	.01321	.01287	.01255	.01222	.01191	.01160	.01130	.01101
2.3	.01072	.01044	.01017	.00990	.00964	.00939	.00914	.00889	.00866	.00842
2.4	.00820	.00798	.00776	.00755	.00734	.00714	.00695	.00676	.00657	.00639
2.5	.00621	.00604	.00587	.00570	.00554	.00539	.00523	.00508	.00494	.00480
2.6	.00466	.00453	.00440	.00427	.00415	.00402	.00391	.00379	.00368	.00357
2.7	.00347	.00336	.00326	.00317	.00307	.00298	.00289	.00280	.00272	.00264
2.8	.00256	.00248	.00240	.00233	.00226	.00219	.00212	.00205	.00199	.00193
2.9	.00187	.00181	.00175	.00169	.00164	.00159	.00154	.00149	.00144	.00139
3.0	.00135									
3.1	.00097									
3.2	.00069									
3.3	.00048									
3.4	.00034									
3.5	.00023									
3.6	.00016									
3.7	.00011									
3.8	.00007									
3.9	.00005									
4.0	.00003									

...11/-

PERCENTAGE POINTS OF THE NORMAL DISTRIBUTION

The table gives the 100α percentage points, u_α, of a standardised Normal distribution where $\alpha = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{u_\alpha}^{\infty} e^{-x^2/2}\,dx$. Thus u_α is the value of a standardised Normal variate which has probability α of being exceeded.



α	u_α	α	u_α	α	u_α	α	u_α	α	u_α	α	u_α
.50	0.0000	.050	1.6449	.030	1.8808	.020	2.0537	.010	2.3263	.050	1.6449
.45	0.1257	.048	1.6646	.029	1.8957	.019	2.0749	.009	2.3656	.010	2.3263
.40	0.2533	.046	1.6849	.028	1.9110	.018	2.0969	.008	2.4089	.001	3.0902
.35	0.3853	.044	1.7060	.027	1.9268	.017	2.1201	.007	2.4573	.0001	3.7190
.30	0.5244	.042	1.7279	.026	1.9431	.016	2.1444	.006	2.5121	.00001	4.2649
.25	0.6745	.040	1.7507	.025	1.9600	.015	2.1701	.005	2.5758	.025	1.9600
.20	0.8416	.038	1.7744	.024	1.9774	.014	2.1973	.004	2.6521	.005	2.5758
.15	1.0364	.036	1.7991	.023	1.9954	.013	2.2262	.003	2.7478	.0005	3.2905
.10	1.2816	.034	1.8250	.022	2.0141	.012	2.2571	.002	2.8782	.00005	3.8906
.05	1.6449	.032	1.8522	.021	2.0335	.011	2.2904	.001	3.0902	.000005	4.4172

---ooo000ooo---