
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

First Semester Examination
Academic Session 2007/2008

October/November 2007

MAT 282 – Engineering Computation I
[Pengiraan Kejuruteraan I]

Duration : 3 hours
[Masa : 3 jam]

Please check that this examination paper consists of SEVEN pages of printed material before you begin the examination.

[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi TUJUH muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]

Instructions: Answer **all four** [4] questions.

[Arahan: Jawab **semua empat** [4] soalan.]

...2/-

1. (a) Write down the iteration formula for Newton's method for finding an approximation to a root of the equation $f(x) = 0$ with x_k denoting the k th iterate. Apply the method with the function $f(x) = e^x - 2 - x$, starting from $x_0 = 1$. Stop when $|f(x_k)| \leq 10^{-6}$.

[30 marks]

- (b) (i) Let x_0 and x_1 be approximations for a root of $f(x) = 0$. The Secant method calculates a new approximation x_2 as the value of x where the chord joining the points at x_0 and x_1 on the graph of $f(x)$ cuts the x -axis. Show that x_2 is given by the formula

$$x_2 = \frac{x_0 f(x_1) - x_1 f(x_0)}{f(x_1) - f(x_0)}$$

Hence write down the iteration formula giving x_{k+1} in terms of x_k and x_{k-1} .

- (ii) Starting with $x_0 = 0.5$ and $x_1 = 1.0$, use four steps of the Secant method to calculate the value of x which approximates $f(x) = e^x - 3x$.

[70 marks]

2. (a) Solve the following system of linear equations

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1$$

$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = -1$$

$$3x_1 + 4x_2 + 6x_3 = 2$$

using:

- (i) Gaussian elimination.
 (ii) Gaussian elimination with partial pivoting.
 (iii) Gaussian elimination with scaling the equations by the biggest element in the matrix row and then applying partial pivoting.
 (iv) Exact arithmetic and determine which part above is more accurate.

[50 marks]

.../3-

1. (a) Tuliskan rumus pelelaran Newton bagi menentukan punca nyata bagi suatu persamaan tak linear, $f(x) = 0$ di mana x_k mewakili nilai x di lelaran yang ke- k . Gunakan kaedah ini bagi menyelesaikan persamaan, $f(x) = e^x - 2 - x$, bermula dari $x_0 = 1$. Kriteria berhenti adalah $|f(x_k)| \leq 10^{-6}$.

[30 markah]

- (b) (i) Katakan x_0 dan x_1 adalah punca bagi persamaan $f(x) = 0$. Kaedah Sekan digunakan untuk menghitung titik penghampiran baru x_2 bagi x apabila perentas yang menyambungkan titik x_0 dan x_1 dalam graf $f(x)$ bersilang dengan paksi- x . Tunjukkan x_2 diberikan oleh terbitan

$$x_2 = \frac{x_0 f(x_1) - x_1 f(x_0)}{f(x_1) - f(x_0)}$$

Kemudian tuliskan rumus pelelaran bagi x_{k+1} dalam sebutan x_k dan x_{k-1} .

- (ii) Dengan menggunakan titik awalan $x_0 = 0.5$ dan $x_1 = 1.0$ sehingga empat lelaran, gunakan Kaedah Sekan bagi menganggarkan nilai penghampiran x untuk fungsi $f(x) = e^x - 3x$.

[70 markah]

2. (a) Selesaikan sistem persamaan linear yang berikut

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1$$

$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = -1$$

$$3x_1 + 4x_2 + 6x_3 = 2$$

dengan menggunakan :

- (i) Kaedah Penghapusan Gauss.
 (ii) Kaedah Penghapusan Gauss dengan pemangsaan separa.
 (iii) Kaedah Penghapusan Gauss dengan penskalaan dengan menggunakan elemen yang terbesar dalam baris matriks bagi menskalakan persamaan. Kemudian, gunakan kaedah pemangsaan separa.
 (iv) Aritmetik tepat dan tentukan bahagian mana di atas memberikan nilai yang paling tepat.

[50 markah]

.../4-

- (b) (i) Factor the following matrices into their LU factors where L is unit lower triangular and U is upper triangular.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 3 & 9 \\ 3 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

- (ii) Use the $A = LU$ factorization to solve $Ax = (2, 15, 11)^T$.

[50 marks]

3. (a) Let $f(x) = e^x$ for $0 \leq x \leq 2$. Using the following values,

x	0.0	0.5	1.0	2.0
$f(x)$	1.00000	1.64872	2.71828	7.38906

- (i) Approximate $f(0.25)$ using linear interpolation with $x_0 = 0.0$ and $x_1 = 0.5$.
 (ii) Approximate $f(0.75)$ using linear interpolation with $x_0 = 0.5$ and $x_1 = 1.0$.
 (iii) Approximate $f(0.25)$ and $f(0.75)$ by using the second degree interpolating polynomial with $x_0 = 0.0, x_1 = 1.0$ and $x_2 = 2.0$.
 (iv) Use your calculator to determine which approximations are better. Why are they better?

[40 marks]

- (b) Let $P(x)$ be the degree 9 polynomial that takes the value 112 at $x=1$, takes the value 2 at $x=10$, and equals zero for $x=2, \dots, 9$. Calculate $P(0)$.

[10 marks]

- (c) (i) Apply the power method to the symmetric matrix

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 8 \end{pmatrix} \text{ with } X_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Estimate the error in using

$$\frac{A^6 X_0 \cdot A^5 X_0}{A^5 X_0 \cdot A^5 X_0}$$

for λ calculation.

- (ii) Find the characteristic equations and eigenvalues for the following matrices:

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & -1 \\ -7 & 5 & -1 \\ -6 & 6 & -2 \end{pmatrix}$$

[50 marks]

.../5-

- (b) (i) Faktorkan matriks yang berikut kepada faktor LU di mana L adalah matriks segitiga bawah dan U adalah matriks segitiga atas.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 3 & 9 \\ 3 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

- (ii) Gunakan kaedah penghuraian LU untuk menyelesaikan $Ax = (2, 15, 11)^T$.

[50 markah]

3. (a) Pertimbangkan $f(x) = e^x$ untuk $0 \leq x \leq 2$. Dengan menggunakan nilai-nilai tersebut,

x	0.0	0.5	1.0	2.0
$f(x)$	1.00000	1.64872	2.71828	7.38906

- (i) Anggarkan $f(0.25)$ dengan menggunakan interpolasi linear dengan $x_0 = 0.0$ dan $x_1 = 0.5$.
- (ii) Anggarkan $f(0.75)$ dengan menggunakan interpolasi linear dengan $x_0 = 0.5$ dan $x_1 = 1.0$.
- (iii) Anggarkan $f(0.25)$ and $f(0.75)$ dengan menggunakan interpolasi tertib kedua dengan $x_0 = 0.0, x_1 = 1.0$ dan $x_2 = 2.0$.
- (iv) Dengan menggunakan kalkulator tentukan penganggaran yang mana satu lebih baik. Kenapa ia lebih baik?

[40 markah]

- (b) Biarkan $P(x)$ sebagai polinomial berdarjah 9 yang bernilai 112 pada $x=1$, bernilai 2 pada $x=10$, dan sifar untuk $x=2, \dots, 9$. Hitungkan $P(0)$.

[10 markah]

- (c) (i) Gunakan kaedah kuasa untuk matriks simetri

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 8 \end{pmatrix} \text{ dengan } X_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Anggarkan ralat dalam menggunakan

$$\frac{A^6 X_0 \cdot A^5 X_0}{A^5 X_0 \cdot A^5 X_0}$$

dalam menghitung nilai λ .

- (ii) Cari persamaan cirian dan nilai eigen yang sepadan untuk matriks berikut:

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & -1 \\ -7 & 5 & -1 \\ -6 & 6 & -2 \end{pmatrix}$$

[50 markah]

.../6-

4. (a) (i) Approximate the value of the integral $\int_1^2 e^x dx$ with both the Trapezium and Simpson's rules and compare your answers with the exact value.
- (ii) Now use the Composite Trapezium and Composite Simpson's Rule with 2, 4 and 8 strips to estimate this integral. Calculate the error in each case. What is the rate of decrease of the error with respect to the strip width?

[60 marks]

- (b) Use the mid-point rule, the trapezium rule and the composite form of the trapezium rule in 2 and 4 sub-domains to estimate the integral $\int_0^1 x^3 dx$. Comments on the accuracy of the various approximations.

[40 marks]

.../7-

4. (a) (i) *Anggarkan nilai kamiran $\int_1^2 e^x dx$ dengan menggunakan petua Trapezium dan petua Simpson. Bandingkan jawapan anda dengan nilai tepat kamiran tersebut.*
- (ii) *Gunakan petua Trapezium Komposit dan petua Simpson Komposit dengan menggunakan 2, 4 dan 8 jalur bagi menganggarkan nilai kamiran tersebut. Hitungkan ralat dalam setiap kes. Apakah kadar penurunan dalam ralat berdasarkan lebar jalur?*

[60 markah]

- (b) *Gunakan petua titik tengah, petua Trapezium dan petua Trapezium Komposit dalam 2 dan 4 sub-domain bagi menganggarkan nilai kamiran $\int_0^1 x^3 dx$. Berikan komen mengenai ketepatan penganggaran yang diperolehi berdasarkan kaedah berlainan yang digunakan.*

[40 markah]

- 000 O 000 -