

---

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

First Semester Examination  
Academic Session 2007/2008

October/November 2007

**MAT 251 – Introduction to Operations Research**  
***[Pengantar Penyelidikan Operasi]***

Duration : 3 hours  
*[Masa : 3 jam]*

---

Please check that this examination paper consists of ELEVEN pages of printed material before you begin the examination.

*[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi SEBELAS muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]*

**Instructions:** Answer **all eight** [8] questions.

**Arahan:** Jawab **semua lapan** [8] soalan.]

1. (a) The daily requirements of full time workers in a factory are as follows:

Day	Number of workers needed
Monday	57
Tuesday	53
Wednesday	55
Thursday	59
Friday	54
Saturday	56
Sunday	51

Labour union rule stated that workers must work 5 continuous days with 2 off days during the week. The factory wants to fulfil its need without violating the labour union rule. Formulate this problem in a linear programming format.

- (b) Referring to problem 1(a), assume that the factory is allowed to request the workers to work overtime to a maximum of one day in a week. The worker will be paid RM50 a day for normal weekday and will be paid RM75 a day for overtime. This overtime workday must also be consecutive to the normal working days. Reformulate so that cost can be minimized.

[15 marks]

2. A factory produces two products, A dan B using three machines that is, the lathe, stamper and drill in series. The time needed for each product are as follows:

Product	A	B	Time Limit in a week (hours)
Lathe	0.10	0.25	10
Stamper	0.25	0.30	15
Drill	0.40	0.25	20
Profit per unit product (RM)	8	12.5	

The factory wants to determine the amount produced for each type of products each week.

- (i) Formulate this problem as a linear programming model.
- (ii) Determine the optimum solution for this problem.
- (iii) Which are binding and the non-binding constraints?
- (iv) Which resources are scarce and surplus?

...3/-

1. (a) Keperluan pekerja sepenuh masa harian bagi sebuah kilang adalah seperti berikut:

<i>Hari</i>	<i>Bil pekerja diperlukan</i>
<i>Isnin</i>	57
<i>Selasa</i>	53
<i>Rabu</i>	55
<i>Khamis</i>	59
<i>Jumaat</i>	54
<i>Sabtu</i>	56
<i>Ahad</i>	51

*Peraturan Persatuan Pekerja menetapkan bahawa setiap pekerja mesti bekerja 5 hari berturutan dan mesti diberi dua hari kelepasan di dalam seminggu. Kilang ini ingin memenuhi keperluan hariannya disamping tidak melanggar ketetapan persatuan pekerja. Rumuskan masalah ini di dalam format pengaturcaraan linear.*

- (b) *Merujuk semula masalah 1 (a), andaikan kilang ini boleh meminta pekerjaanya bekerja lebih masa maksimum selama sehari setiap minggu. Setiap pekerja dibayar RM50 sehari waktu kerja biasa dan akan dibayar RM75 sehari waktu kerja lebih masa. Hari bekerja lebih masa ini juga mestilah berturutan dengan lima hari bekerja biasa bagi seseorang pekerja itu. Rumuskan semula supaya kos dapat diminimumkan.*

[15 markah]

2. *Sebuah kilang menghasilkan dua jenis produk, A dan B melalui tiga mesin iaitu pencanai, pencetak dan penggerudi secara berjujukan. Masa yang diperlukan untuk setiap unit produk bagi ketiga-tiga mesin adalah seperti berikut:*

<i>Produk</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>Had Masa Seminggu (jam)</i>
<i>Pencanai</i>	0.10	0.25	10
<i>Pencetak</i>	0.25	0.30	15
<i>Penggerudi</i>	0.40	0.25	20
<i>Keuntungan seunit produk (RM)</i>	8	12.5	

*Kilang ini ingin menentukan bilangan unit setiap jenis produk yang patut dihasilkan setiap minggu.*

- (i) *Rumuskan masalah ini sebagai suatu model pengaturcaraan linear.*  
 (ii) *Dapatkan penyelesaian optimum masalah ini.*  
 (iii) *Kekangan manakah yang terikat dan yang tidak terikat?*  
 (iv) *Sumber manakah yang berkurangan dan berlebihan?*

...4/-

- (v) What are the leftover times for each machine in a week?
- (vi) Determine the maximum additional time for the lathe machine. How much will the profit increase for each additional hour? Should an additional lathe machine be rented if the rental rate is:
- (a) RM 40 a week?
- (b) RM100 a week?
- (vii) If the profit per unit of product A changes by  $\delta$ , find the range for  $\delta$  that will not affect the optimum solution found in (ii).
- (viii) What is the profit range for product A that result in this factory producing product B only product B only?

[15 marks]

3. Consider the problem,

$$\text{Minimize } Z = 25x_1 + 30x_2 + 35x_3$$

$$\text{Subject to } \begin{array}{r} -2x_1 - 3x_2 + x_3 \leq -10 \\ x_1 + x_3 = 4 \end{array}$$

$$\text{where } x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

Using the M-method, do two iterations towards solving it.

[10 marks]

4. A problem to determine the level of production of 3 products ( $x_1$ ,  $x_2$  and  $x_3$ ) using 4 resources (the constraints are in the form of  $\leq$  and the slack variables are respectively  $s_1$ ,  $s_2$ ,  $s_3$ , and  $s_4$ ) results in the following tableau. Z represents profit (in RM).

Basic	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$	Solution
Z	0	0	4	0	1	0	0	28
$x_1$	1	0	-2	2	-1	0	0	4
$x_2$	0	1	1	0	-2	0	0	5
$s_3$	0	0	0	-1	0	1	0	2
$s_4$	0	0	1	3	-1	0	1	3

- (i) Describe the status of each resources (binding, non-binding, scarce or surplus)?
- (ii) What is the remainder of each of the resources above?
- (iii) How much can resource 1 change without affecting the solution above?

...5/-

- (v) Berapakah baki masa setiap mesin dalam seminggu?
- (vi) Tentukan masa tambahan maksimum bagi mesin pencanai. Berapa banyak keuntungan akan meningkat bagi setiap jam tambahan? Patutkah mesin pencanai tambahan disewa dari luar jika sewanya ialah:  
 (a) RM40 seminggu?  
 (b) RM100 seminggu?
- (vii) Sekiranya keuntungan seunit produk A berubah sebanyak  $\delta$ , dapatkan julat bagi  $\delta$  yang tidak akan menjejaskan penyelesaian optimum di (ii).
- (viii) Apakah julat keuntungan seunit produk A yang akan membuatkan kilang ini menghasilkan produk B sahaja?

[15 markah]

3. Pertimbangkan masalah berikut,

$$\text{Minimumkan } Z = 25x_1 + 30x_2 + 35x_3$$

$$\text{Terhadap } \begin{array}{r} -2x_1 - 3x_2 + x_3 \leq -10 \\ x_1 + x_3 = 4 \end{array}$$

$$\text{dengan } x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

Dengan menggunakan kaedah-M, lakukan dua lelaran ke arah menyelesaikan masalah ini.

[10 markah]

4. Suatu masalah untuk menentukan aras pengeluaran 3 jenis produk ( $x_1$ ,  $x_2$  dan  $x_3$ ) yang menggunakan 4 sumber (dengan kekangan asal semuanya berbentuk  $\leq$  dan pembolehubah lalainya ialah  $s_1$ ,  $s_2$ ,  $s_3$ , dan  $s_4$ ) menghasilkan tablo maksimum berikut. Z ialah keuntungan (di dalam RM).

Asas	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$	Penyelesaian
Z	0	0	4	0	1	0	0	28
$x_1$	1	0	-2	2	-1	0	0	4
$x_2$	0	1	1	0	-2	0	0	5
$s_3$	0	0	0	-1	0	1	0	2
$s_4$	0	0	1	3	-1	0	1	3

- (i) Nyatakan status setiap sumber (terikat, tak terikat, berkurangan atau berlebihan)?
- (ii) Berapakah baki setiap sumber bagi penyelesaian di atas?
- (iii) Berapa banyak amaun sumber 1 boleh berubah tanpa menjejaskan penyelesaian di atas?

...6/-

- (iv) How much will the profit be reduced if 1 unit of product 3 is produced?
- (v) What is the change in the unit profit of product 2 before production of product 3 starts?
- (vi) What is the change in resource 2 that will result in the above solution to be infeasible?
- (vii) Find an alternative basic optimal solution. Give the general expression for all alternative optimal solutions.
- (viii) If an additional constraint,  $3x_1 + 2x_2 + 10x_3 \leq 20$  is imposed, is the original solution still optimal?

[15 marks]

5. The data for a transportation problem is given in the table below. The transportation cost (in RM) are at the centre of the table, while the supply and demand limits are at the right and at the bottom of the table, respectively.

Source	Destination				Supply
	A	B	C	D	
1	10	10	6	15	10
2	5	15	10	12	15
3	11	8	7	21	18
Demand	5	3	8	17	

- (a) Solve the problem by using the transportation method so that the total cost of transportation can be minimized.
- (b) Find the range for  $C_{11}$ , which is the cost of transportation from Source 1 to Destination A so that the optimal solution found in (a) remains optimal.
- (c) Find the range for  $C_{13}$ , which is the cost of transportation from Source 1 to Destination C so that the optimal solution found in (a) remains optimal.
- (d) Find the new solution if the supply from Source 3 and demand at Destination B is increased by 2.
- (e) Find the new solution if the supply from Source 2 and demand at Destination C is increased by 3.

[15 marks]

6. A company has five workers. On a particular day, six jobs are scheduled to be completed. A cost is estimated for each worker-job combination and is shown in the following table.

Worker	Job					
	1	2	3	4	5	6
A	3	2	2	6	4	6
B	4	3	7	5	3	3
C	9	9	7	9	7	6
D	5	6	4	8	5	7
E	8	4	5	3	6	8

...7/-

- (iv) Berapa banyak jumlah keuntungan akan menyusut jika sebanyak 1 unit produk 3 dihasilkan?
- (v) Berapa banyak keuntungan seunit produk 2 perlu berubah untuk mula menghasilkan produk 3?
- (vi) Berapa banyak amaun sumber 2 perlu berubah untuk menjadikan penyelesaian di atas tak tersaur?
- (vii) Dapatkan satu penyelesaian alternatif yang asas. Berikan ungkapan umum untuk semua penyelesaian optimum alternatif.
- (viii) Sekiranya suatu kekangan tambahan  $3x_1 + 2x_2 + 10x_3 \leq 20$  dikenakan, adakah penyelesaian asal masih optimum?

[15 markah]

5. Diberikan data bagi suatu masalah pengangkutan di dalam jadual di bawah. Kos pengangkutan (dalam RM) ditunjukkan dibahagian tengah jadual, manakala had bekalan dan permintaan masing-masing di sisi kanan dan bawah.

Punca	Destinasi				Bekalan
	A	B	C	D	
1	10	10	6	15	10
2	5	15	10	12	15
3	11	8	7	21	18
Permintaan	5	3	8	17	

- (a) Selesaikan masalah ini menggunakan kaedah pengangkutan supaya jumlah kos dapat diminimumkan.
- (b) Dapatkan julat bagi  $C_{11}$ , iaitu kos pengangkutan dari Punca 1 ke Destinasi A supaya penyelesaian yang didapati di (a) kekal.
- (c) Dapatkan julat bagi  $C_{13}$ , iaitu kos pengangkutan dari Punca 1 ke Destinasi C supaya penyelesaian yang didapati di (a) kekal.
- (d) Dapatkan penyelesaian baru jika bekalan di Punca 3 dan permintaan di Destinasi B meningkat sebanyak 2.
- (e) Dapatkan penyelesaian baru jika bekalan di Punca 2 dan permintaan di Destinasi C meningkat sebanyak 3.

[15 markah]

6. Sebuah syarikat mempunyai lima orang pekerja. Pada suatu hari, enam tugas perlu dilaksanakan. Kos bagi setiap pekerja-tugas telah dianggarkan dan ia ditunjukkan di dalam jadual berikut.

Pekerja	Tugas					
	1	2	3	4	5	6
A	3	2	2	6	4	6
B	4	3	7	5	3	3
C	9	9	7	9	7	6
D	5	6	4	8	5	7
E	8	4	5	3	6	8

...8/-

Set up the assignment tableau and solve for each of the following situations:

- (a) Find an assignment that completes as many jobs as possible at minimum cost if each worker can do only one job. List out your solution. Which job is left undone?
- (b) If worker C cannot be assigned to job 6, **show only** the new initial assignment tableau towards solving it. [Do not do any iteration].

[10 marks]

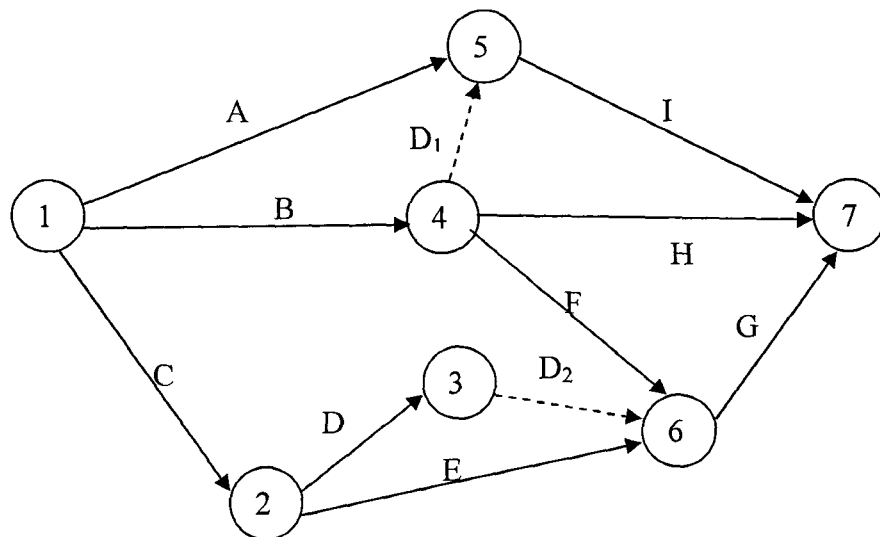
7. Consider the list of activities and its predecessors for the following project.

Activity	Precedence Activities	Duration (days)
A	-	3
B	-	4
C	-	5
D	A,B,C	6
E	A,B,C	8
F	D, E	7
G	D	5

- (a) Draw a project network diagram.
- (b) Determine the critical path of the project. Find the minimum time and list the critical activities.

[10 marks]

8. The network diagram below represents a project.



...9/-

Binakan tablo umpukan dan selesaikan bagi setiap keadaan berikut:

- (a) Dapatkan suatu umpukan untuk menyiapkan sebanyak tugas yang mungkin dengan kos yang minimum jika seorang pekerja hanya boleh melakukan satu tugas sahaja. Senaraikan jawapan anda. Tugas yang mana tidak dapat dilaksanakan?
- (b) Jika pekerja C tidak boleh melaksanakan tugas 6, **tunjukkan** tablo umpukan permulaan ke arah menyelesaikannya. [Jangan lakukan sebarang lelaran].  
[10 markah]

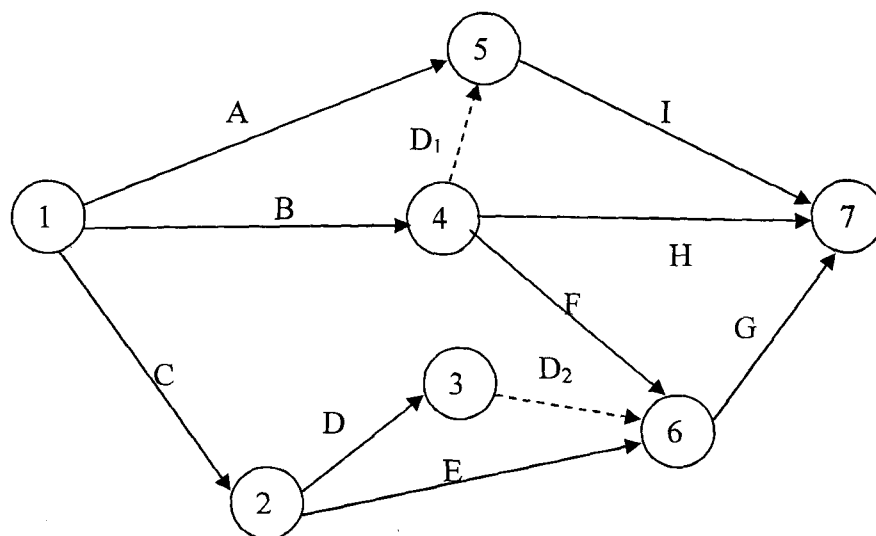
7. Pertimbangkan senarai kegiatan dan kegiatan pendahulu berikut bagi suatu projek.

Kegiatan	Kegiatan Pendahulu	Jangkamasa (hari)
A	-	3
B	-	4
C	-	5
D	A,B,C	6
E	A,B,C	8
F	D, E	7
G	D	5

- (a) Lakarkan gambarajah aliran bagi projek ini.
- (b) Tentukan lintasan genting projek ini. Berikan masa terpendek dan senaraikan kegiatan-kegiatan yang genting.

[10 markah]

8. Gambarajah rangkaian berikut mewakili suatu projek:



...10/-

The normal and crash durations, and the normal and crash costs are given as follows:

Activity	Duration (days)		Cost (RM)	
	Normal	Crash	Normal	Crash
A	5	3	20	80
B	4	3	70	100
C	3	3	150	150
D	5	3	180	300
E	4	2	200	400
F	4	3	180	220
G	3	2	120	200
H	2	1	100	200
I	6	4	400	600

The indirect cost per day is RM70. The contract agreement states that there is a penalty cost of RM120 per day if it later than 10 days and there is a bonus of RM150 per day if it is earlier than 10 days.

- (i) Determine all possible critical paths.
- (ii) List all of the critical activities.
- (iii) Get the minimum total cost for the project.
- (iv) Perform two iterations to crash the project. Show the total cost for each iteration.

[10 marks]

Jangkamasa biasa dan nahas, serta kos biasa dan nahas bagi setiap kegiatan diberikan seperti berikut:

Kegiatan	Jangkamasa (hari)		Kos Langsung (RM)	
	Biasa	Nahas	Biasa	Nahas
A	5	3	20	80
B	4	3	70	100
C	3	3	150	150
D	5	3	180	300
E	4	2	200	400
F	4	3	180	220
G	3	2	120	200
H	2	1	100	200
I	6	4	400	600

Kos tak langsung projek ialah RM70 sehari. Ternyata di dalam perjanjian kontrak bahawa denda sebanyak RM120 sehari dikenakan jika projek ini lewat daripada 10 hari dan ditawarkan bonus sebanyak RM150 sehari jika ia awal daripada 10 hari.

- (i) Tentukan semua lintasan genting yang mungkin.
- (ii) Senaraikan kesemua kegiatan genting.
- (iii) Dapatkan jumlah kos minimum projek ini.
- (iv) Lakukan dua lelaran pemampatan bagi projek ini. Berikan jumlah kos projek bagi setiap lelaran.

[10 markah]

- 000 O 000 -