

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Tambahan  
Sidang Akademik 1989/90

Jun 1990

EUM 101 - Matematik Kejuruteraan I

Masa : [3 jam]

---

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi 9 muka surat bercetak dan LIMA(5) soalan sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab LIMA (5) soalan.

Agihan markah bagi setiap soalan diberikan di sut sebelah kanan sebagai peratusan daripada markah keseluruhan yang diperuntukkan bagi soalan berkenaan.

Jawab kesemua soalan dalam Bahasa Malaysia.

...2/-

1. (a) Berikan takrif keselanjaran suatu fungsi  $y = f(x)$  pada  $x = a$ . Seterusnya dapatkan nilai  $k$  supaya fungsi,

$$f(x) = \begin{cases} 6x - 1 & x \neq 1 \\ 2x + k & x = 1 \end{cases}$$

adalah selanjur pada  $x = 1$ .

(20%)

- (b) Buktikan bahawa  $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{t} = 1$ .

Tentukan setiap limit berikut:

(i)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x - 8}{x - 2}$ ,

(ii)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{e^x - e^{-x}}$ ,

(iii)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$ ,

(iv)  $\lim_{t \rightarrow 1} \frac{\ln t}{t - 1}$  dan

(v)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^5 2x}{4x^5}$

(30%)

- (c) Sebuah syarikat telah mendapati bahawa keuntungan yang diperolehi hasil dari pengiklanannya adalah diberi oleh fungsi,

$$P(x) = -3x^3 + 225x + 50, \quad 0 < x < 10.$$

Tentukan keuntungan maksimum yang diperolehinya itu.

(10%)

- (d) Dapatkan terbitan pertama bagi setiap tungsi-fungsi berikut:

(i)  $f(x) = \frac{-5x}{4\sqrt{x+1}}$ ,

(ii)  $f(x) = \sin \left[ \frac{x-2}{x^2-5x+6} \right]$ ,

(iii)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{x^2 + \sqrt{1+x^2}}$

(iv)  $f(x) = \frac{1}{\cos x} + \frac{1}{x}$

(40%)

2. (a) Nilaikan setiap kamiran tak tentu berikut:

(i)  $\int (3x + 1)^5 dx$

...4/-

$$(ii) \int \frac{e^{2x}}{1 + e^{2x}} dx$$

$$(iii) \int \frac{\sec^2 x}{(1 + \tan x)^4} dx$$

$$(iv) \int \frac{5}{\sqrt{64 - x^2}} dx$$

(20%)

- (b) Keuntungan marginal bagi sebuah syarikat pengeluar komponen elektronik ialah

$$C'(x) = \frac{40}{\sqrt{x}} - 10x$$

di mana  $x$  ialah bilangan unit komponen yang telah dijual. Jika keuntungan bagi jualan 4 unit ialah \$100.00, tentukan fungsi keuntungan jualan  $C(x)$  tersebut.

(30%)

- (c) Nilaikan setiap kamiran tentu berikut:

$$(i) \int_1^3 (x + 1)^3 dx$$

$$(ii) \int_0^{\sqrt{\pi/2}} t \sin(\pi - t^2) dt$$

(iii)  $\int_1^3 \frac{e^{3/t}}{t^2} dt$

(iv)  $\int_0^{\pi/3} \frac{\sin 2x}{\cos x} dx$

(20%)

(d) Nilai kamiran gandadua di bawah:

(i)  $\int_0^1 \int_{y^2}^{\sqrt{y}} (x^2 + y^2) dx dy$

(ii)  $\int_{-1}^2 \int_1^4 (2x + 6x^2 y) dx dy$

(iii)  $\int_0^{\pi} \int_0^{\sin x} dy dx$

(30%)

3. (a) Jika  $f = f(x, y)$  di mana  $x = u \cos \alpha - v \sin \alpha$ ,  $y = u \sin \alpha + v \cos \alpha$  dan  $\alpha$  adalah malar, tunjukkan bahawa,

$$\left[ \frac{\partial f}{\partial x} \right]^2 + \left[ \frac{\partial f}{\partial y} \right]^2 = \left[ \frac{\partial f}{\partial u} \right]^2 + \left[ \frac{\partial f}{\partial v} \right]^2$$

(20%)

- (b) Dengan menggunakan ujian Terbitan Separa Kedua, tentukan semua titik maksimum relatif dan titik minimum relatif yang mungkin bagi fungsi,

$$f(x) = 3x^2 + y^3 - 6xy - 24y + 48.$$

(40%)

- (c) Dapatkan kembangan siri Taylor bagi fungsi,

$$f(x) = \frac{1}{3x} \text{ dengan } c = 1.$$

Berikan selang penumpuan bagi siri tersebut.

(40%)

...7/-

4. (a) Katakan  $x, y, z$ , adalah koordinat kartesian bagi segiempat tepat dan  $\rho, \theta, z$ , adalah koordinat silinder, di mana  $x = \rho \cos \theta$ ,  $y = \rho \sin \theta$  dan  $z = z$ . Jika  $f$  diberi sebagai fungsi  $x, y$  dan  $z$ , tunjukkan bahawa,

$$(i) \frac{\partial f}{\partial \rho} = \cos \theta \frac{\partial f}{\partial x} + \sin \theta \frac{\partial f}{\partial y} \text{ dan}$$

$$(ii) \frac{\partial f}{\partial \theta} = -y \frac{\partial f}{\partial x} + x \frac{\partial f}{\partial y}$$

(20%)

- (b) Terangkan kaedah Newton-Raphson bagi mendapatkan penghampiran punca sesuatu persamaan. Dengan menggunakan tiga lelaran berturut dalam kaedah Newton-Raphson, dapatkan punca positif yang terkecil bagi fungsi,

$$f(x) = x^3 - x^2 - 2x + 1$$

jika diberi nilai awal  $x_0 = 0$

(40%)

- (c) Nilaikan setiap kamiran berikut:

$$(i) \int e^{-x} \sin 2x \, dx$$

$$(ii) \int x^2 \ln 4x \, dx$$

(iii)  $\int \sin^6 x \, dx$

(iv)  $\int x^2 e^{2x} \, dx$

(40%)

5. (a) Tentukan selang penumpuan bagi siri kuasa berikut:

(i)  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1} (x-5)^k}{k+1}$

(ii)  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k^2 x^k}{k!}$

(iii)  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k+1}{2} (x+2)^k$

(30%)

- (b) Suatu fungsi berkala  $f(x)$  dengan  $2\pi$  yang selanjar atau selanjar cebis demi cebis dalam kalaan tersebut dinyatakan oleh siri Fourier.

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx))$$



di mana  $a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$ ,

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(nx) dx, \text{ dan}$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(nx) dx.$$

Dengan menggunakan takrif di atas, dapatkan suatu siri Fourier untuk mewakili fungsi,

$$f(x) = x(\pi^2 - x^2) \text{ bagi } -\pi < x < \pi.$$

(70%)

- oooOooo -

