

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semeter Tambahan
Sidang Akademik 1993/94

Jun 1994

EUM 221 - Kebarangkalian dan Statistik Gunaan

Masa : [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi 6 muka surat bercetak dan EMPAT (4) soalan sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **SEMUA** soalan di dalam Bahasa Malaysia.

Markah bagi setiap soalan adalah 100. Pecahan markah bagi bahagian-bahagian soalan adalah seperti di dalam kurungan (...).

Mesin hitung boleh digunakan dan proses kiraan mestilah ditunjuk dengan jelas.

...2/-

- 2 -

1. (a) Berikan dua contoh proses Markov. Bagi suatu proses Markov yang mana keadaannya diskrit dan masa diskrit, berikan takrif taburan kebarangkalian yang dihuni pada masa t dan nyatakan syaratnya.

(20%)

- (b) Katakan diberi matriks peralihan

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0.2 & 0.8 \end{bmatrix}$$

Jika taburan awalnya ialah $(0.3, 0.4, 0.3)$, dapatkan taburan kebarangkalian yang dihuni pada masa $t = 3$.

(30%)

- (c) Dalam suatu perjalanan rawak mudah, suatu unsur bergerak mengikut keadaan, $i = (-2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2)$. Jika pada masa t , unsur itu berada di keadaan i ($i = -1 \quad 0 \quad 1$) maka pada masa $t + 1$, unsur itu akan berada di keadaan $i - 1$ atau $i + 1$. Jika pada masa t , unsur itu akan berada di keadaan -2 atau 2 , maka pada masa $t + 1$, unsur itu akan berada di keadaan $-1, 0$ atau 1 .

- (i) Dapatkan matriks peralihan bagi rantai Markov ini.
 (ii) Dapatkan juga taburan keseimbangan rantai Markov tersebut.

(50%)

...3/-

- 3 -

2. (a) Katakan fungsi taburan kebarangkalian tercantum diberi sebagai,

$$f(x, y) = \begin{cases} k(x + y^2) & , \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & , \quad \text{lain - lain .} \end{cases}$$

Carilah;

- (i) Nilai k?
- (ii) Kebarangkalian x dan y kurang atau sama dengan 0.25.
- (iii) Taburan kebarangkalian sut bagi x dan fungsi kebarangkalian sut bagi Y.
- (iv) Min dan Varians bagi X.
- (v) Adakah x dan y itu bebas?
Terangkan.

(50%).

- (b) Tempoh hayat sebuah komputer peribadi bergantung kepada masa hayat dua komponen x dan y. Fungsi kebarangkalian tercantumnya diberi oleh,

$$h(x, y) = \begin{cases} xe^{-x}(1+y) & , \quad x \geq 0 \text{ dan } y \geq 0 \\ 0 & , \quad \text{lain - lain} \end{cases}$$

- (i) Carilah $p(x \geq 0 \text{ dan } y \geq 3)$?
- (ii) Carilah taburan sut bagi x dan y. Adakah x dan y itu bebas?
Terangkan.
- (iii) Jika diberi $x = 3$, carilah $p(0 \leq y \leq 5 | x = 3)$?
- (iv) Carilah juga min dan varians bagi x bila $x = 3$.

(50%)

...4/-

- 4 -

3. (a) Berikan takrif ralat 1 dan ralat 2 dalam pengujian hipotesis.

Berikut ialah data bagi tempoh (dalam minggu) seseorang itu dijangka akan hidup apabila mengidap penyakit AIDS. Data tersebut berdasarkan kepada dua jenis sebab mendapat penyakit AIDS, iaitu pengambilan dadah dan hubungan seks.

Dadah		Seks	
66	59	56	72
81	68	63	64
63	75	82	83
57	73	82	59
82	82	65	74

- (i) Ujilah hipotesis yang menyatakan bahawa varians bagi kedua-dua jenis penyebab AIDS itu adalah sama pada paras keertian $\alpha = 0.05$ melawan hipotesis alternatif bahawa kedua-dua varians itu tidak sama.
- (ii) Menggunakan keputusan di atas, ujilah hipotesis yang menyatakan bahawa min bagi kedua-dua jenis penyebab AIDS ini adalah sama pada paras keertian $\alpha = 0.01$. Berikan pendapat anda mengenai keputusan yang diperolehi.

(60%)

...5/-

- (b) Berikan perbezaan di antara statistik z dan statistik t dalam pengujian hipotesis.

Katakan dua sampel rawak bebas bersaiz $n_1 = 18$ dan $n_2 = 20$ dipilih dari dua populasi yang tertabur normal. Min sampel yang diperolehi masing-masingnya $\bar{x}_1 = 200$ dan $\bar{x}_2 = 190$. Diketahui juga bahawa sisihan piawai populasi ialah $\sigma_1 = \sqrt{15}$ dan $\sigma_2 = \sqrt{12}$. Dapatkan;

- (i) 95% selang keyakinan dua hala bagi $\mu_1 - \mu_2$.
- (ii) 95% had bawah selang keyakinan bagi $\mu_1 - \mu_2$.
- (iii) 95% had atas selang keyakinan bagi $\mu_1 - \mu_2$.

(40%)

...6/-

- 6 -

4. (a) Berikan perbezaan analisis satu hala dan analisis dua hala dalam rekabentuk ujikaji.

Model ANOVA satu hala diberi sebagai;

$$X_{ij} = \mu + \rho_1 + E_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, a$$

$$j = 1, 2, \dots, n.$$

dan

$$E_{ij} \sim N(0, \sigma^2)$$

Dengan menggunakan kaedah kuasadua terkecil dan beranggapan bahawa $\sum \rho_i = 0$, dapatkan penganggar bagi parameter μ dan ρ .

(40%)

- (b) Suatu ujikaji dijalankan untuk menentukan samada 4 jenis paras suhu, 100° , 125° , 150° dan 175° memberi kesan terhadap ketumpatan sejenis bata. Data yang diperolehi adalah seperti berikut:-

Suhu ($^\circ$ F)		Ketumpatan						
		100	21.8	21.9	21.7	21.6	21.7	21.5
125		21.7	21.4	21.5	21.5	-	-	-
150		21.9	21.8	21.8	21.6	21.5	-	-
175		21.9	21.7	21.8	21.7	21.6	21.8	-

Berikan ulasan keputusan analisis varians satu hala yang diperolehi dari rekabentuk ujikaji di atas. Gunakan paras keertian $\alpha = 0.05$.

(60%)

oooOOOooo