

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1994/95
April 1995

EUM 202 - MATEMATIK KEJURUTERAAN IV

Masa : [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi 6 muka surat bercetak dan ENAM (6) soalan sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab EMPAT (4) soalan sahaja.

Agihan markah bagi setiap soalan diberikan di sut sebelah kanan sebagai peratusan daripada markah keseluruhan yang diperuntukkan bagi soalan berkenaan.

Jawab kesemua soalan dalam Bahasa Malaysia.

Mesinkira boleh digunakan.

.../2

- 2 -

1. (a) Jika $z_1 = 3i$ dan $z_2 = 5 + i$ ialah dua nombor kompleks, buktikan bahawa $|z_1|^3 = |z_2|^2 + 1$ dan $\text{Arg}(z_1 z_2) = \text{Arg}\left(\frac{z_2}{z_1}\right)$, kemudian nyatakan: $\frac{\log(\sinh z_1)}{e^{\cos z_2}}$ (30%)

- (b) Jika $\sum_{n=0}^{\infty} h^n P_n(x) = (1 - 2hx + h^2)^{-\frac{1}{2}}$ ialah Polinomial Legendre, buktikan bahawa: $(2n + 1) P_n(x) = P'_{n+1}(x) - P'_{n-1}(x)$ kemudian kiralah $P'_5(2)$. (40%)

- (c) Dapatkan jelmaan Fourier Kompleks bagi yang berikut:

$$F\{4\delta(t-2) + 2H(t-4)e^{-3t}\} \text{ dan}$$

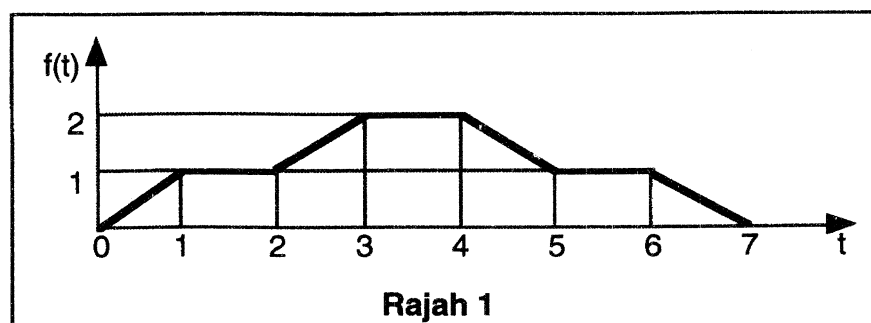
$$F^{-1}\left\{\frac{\sqrt{\pi}}{2}e^{\frac{\omega^2 + 2\omega + 1}{4}} - \frac{3}{2 - \omega^2 + 3i\omega}\right\}$$

(30%)

.../3

- 3 -

2. (a) Bincangkan fungsi $w = \frac{z}{z^*}$, kemudian bincangkan jelmaannya. (40%)
- (b) Dapatkan bentuk perhubungan di antara fungsi Gamma dan fungsi Beta, kemudian nilaikan: $\int_0^2 x^4 \sqrt{4-x^2} dx$ (30%)
- (c) Gunakan jelmaan z untuk mendapatkan:
 $Z\{e^{-t} \sinh \omega t + 3t \cos \omega t\}$ dan $Z^{-1}\left\{\frac{3z}{z^2+9} - \frac{z}{(z-2)^4}\right\}$ (30%)
3. (a) Selesaikan; $\sin iz + i \cosh z = 2i$, kemudian kiralah:
 $(1+i)^{-1}$ dan $\tanh i$. (30%)
- (b) Dapatkan ketumpatan arus I_z bagi jejari bulatan dawai sepanjang paksi z , dengan beranggapan bahawa ianya homogen dan mempunyai kebolehtelapan μ dan keberaliran σ . (30%)
- (c) Dapatkan fungsi DFT seperti dalam rajah 1 dan lakarkan frekuensi magnitud spektrum $|F(\omega)|$.



(40%)

. /4

- 4 -

4. (a) Dapatkan pemetaan bagi segiempat tepat dalam satah z yang dibatasi oleh $(0,0)$ dan $(\log 0.5, \pi/2)$ ke satah w dengan jelmaan $w = e^{-z} + i$.

(30%)

- (b) Takrifkan polinomial Tchebyshev. Buktikan bahawa:

$$T'_3(x) - 3T'_1(x) = 3 [T_3(x) + T_1(x)] \text{ kemudian tentukan } T'_4(2).$$

(30%)

- (c) Gunakan jelmaan Mellin untuk membuktikan;

$$M\left\{\frac{d^3 f}{dt^3}\right\} = -(\omega - 1)F''(\omega - 1) \text{ dan gunakan jelmaan } z \text{ untuk}$$

menyelesaikan persamaan pembezaan $y_{k+2} - 3y_{k+1} + 2y_k = 0$

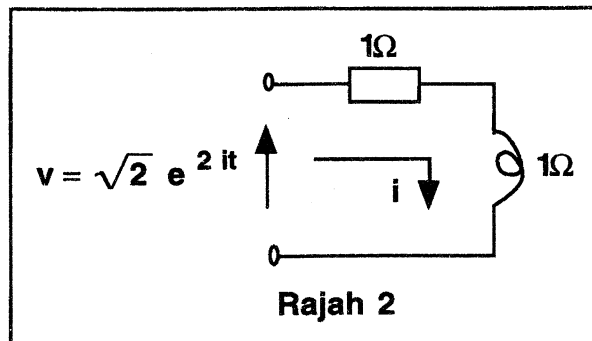
yang mana $y_0 = 1$ dan $y_1 = 0$.

(40%)

.../5

- 5 -

5. (a) Dalam rangkaian R-L seperti dalam Rajah 2, dapatkan kuasa purata masa, i/p , kuasa pengayun dan kuasa ketika.



(30%)

- (b) Daripada perhubungan perulangan polinomial Hermite, dapatkan bentuk persamaan pembezaan Hermite: Selesaikan:

$$xy'' + (1-x)y' + 3y = 0 \text{ dan } x^2y'' + xy' + (x^2 - 1)y = 0$$

(40%)

- (c) Gunakan jelmaan sinus dan Fourier untuk menyelesaikan persamaan haba, $\partial u / \partial t = 4 \partial^2 u / \partial x^2$ dengan syarat sempadan:

$$\begin{aligned} u(x, 0) &= 1 \text{ bagi } 0 < x < 1 \\ &= 0 \text{ bagi } x \geq 1 \\ u(0, t) &= 0 \end{aligned}$$

(30%)

.../6

- 6 -

6. (a) Tunjukkan bahawa $\int_0^{2\pi} \frac{\cos 3\theta}{5 - 4 \cos \theta} d\theta = \frac{\pi}{12}$, Nilakan

$\oint_C \frac{\tan z dz}{(z^2 - 4)^2 (z+1)}$ dengan C ialah bulatan $|z - 1| = 3$.

(40%)

(b) Buktikan yang berikut:

$$(i) \int_0^{\pi/2} \sin^{5/3} \theta \cos^{4/3} \theta d\theta = \frac{\Gamma(\frac{1}{3})\Gamma(\frac{1}{6})}{27\sqrt{\pi}}$$

$$(ii) J_2(x) - J_0(x) = 2J''_0(x)$$

(iii) x ialah penyelesaian bagi kedua-dua persamaan
 $(1 - x^2)y' - 2xy' + 2y = 0$ dan $(1 - x^2)y'' - xy' + y = 0$.

Nyatakan jenis persamaan di atas.

(30%)

(c) Dapatkan kesan isyarat termodulat ke atas unit amplitud pembawa.
 Dapatkan juga isyarat boleh berbalik.

(30%)

oooOOOooo