

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Tambahan
Sidang 1991/92

Jun 1992

EUM 201 - Matematik Kejuruteraan III

Masa : [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi 6 muka surat tercetak dan EMPAT soalan sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan. Tunjukkan kerja pengiraan dengan jelas.

Mesin hitung boleh digunakan.

Agihan markah bagi tiap soalan diberikan di sut sebelah kanan sebagai peratusan daripada markah keseluruhan yang diperuntukan bagi soalan berkenaan.

Jawab kesemua soalan di dalam Bahasa Malaysia.

...2/-

1. (a) Jika $\phi = x^2yz^3$ dan $\vec{F} = xz\vec{i} - y^2\vec{j} + 2x^2y\vec{k}$,
cari,

- (i) $\nabla\phi$
- (ii) $\nabla \cdot \vec{F}$
- (iii) $\nabla \times \vec{F}$
- (iv) $\text{div} (\phi \vec{F})$
- (v) $\text{curl} (\phi \vec{F})$.

(50%)

(b) Satu zarah bergerak disepanjang suatu lengkung yang persamaan-persamaan parameter dinyatakan seperti berikut:

$$X = e^{-t}, y = 2 \cos 3t, Z = 2 \sin 3t$$

yang mana t ialah masa,
Carilah

- (i) halaju dan pecutan pada masa t
- (ii) magnitud halaju dan pecutan pada masa $t = 0$.

(20%)

(c) (i) Nyatakan teorem Stokes

(10%)

(ii) Tunjukkan bahawa teorem Stokes diturunkan kepada teorem Green dalam satah apabila kedua-dua permukaan, S dan sempadannya, C terletak pada satah $z = 0$.

(20%)

...3/-

2. (a) Jika, dalam koordinat silinder,

$$\vec{F} = \rho \sin \phi \vec{e}_\rho + 2\rho \cos \phi \vec{e}_\phi + 2z^2 \vec{e}_z$$

Dapatkan kecapahan bagi \vec{F} iaitu $\nabla \cdot \vec{F}$ pada titik $(\frac{1}{2}, \frac{\pi}{2}, 3)$.

(Petunjuk : Jika $\vec{F} = F_1 \vec{e}_\rho + F_2 \vec{e}_\phi + F_3 \vec{e}_z$

$$\nabla \cdot \vec{F} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho F_1) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial F_2}{\partial \phi} + \frac{\partial F_3}{\partial z} .$$

(30%)

- (b) Nilaikan,

$$\oiint_S \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

yang mana S ialah permukaan kiub yang dibatasi satah-satah, $x = 0, x = 1, y = 0, y = 1, z = 0, z = 1$ dan medan $\vec{F} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.

(30%)

- (c) Suhu pada suatu titik (x, y, z) dan masa t ialah,

$$\phi(x, y, z, t) = xy^2 + 2yzt + \sin(xt) .$$

Carilah kadar perubahan suhu terhadap masa t , bagi suatu zarah yang melalui titik $(2, 3, 1)$ dengan halaju $\vec{V} = \vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ pada masa $t = 0$.

(40%)

...4/-

3. (a) Nyatakan Teorem Kamiran Cauchy-Goursat dan rumus Kamiran Cauchy. Dengan menggunakan teorem dan rumus di atas, jika perlu, dapatkan kamiran.

$$\oint_c \frac{\cos z}{z^2 + 1} dz$$

yang mana c ialah lintasan

$$(i) |z| = 2 \quad (ii) |z - j| = \frac{1}{2} .$$

(40%)

- (b) Nilakan setiap kamiran berikut:

$$(i) \int_{x=0}^1 \int_{y=0}^4 \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^4 xyz \, dz dy dx , \text{ dan}$$

$$(ii) \iint_R \exp(-x^2 - y^2) \, dR,$$

$$\text{diberi } R = \{ (x, y) : x^2 + y^2 \leq 9; x, y \text{ nyata} \}$$

(Petunjuk: Gunakan koordinat polar r dan θ ,

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \text{ dan } \tan \theta = \frac{y}{x} .$$

Keputusan $dx dy = r dr d\theta$ juga boleh digunakan.)

(30%)

...5/-

- (c) Dapatkan semua penyelesaian dalam bentuk $p + iq$ (p dan q ialah nombor nyata; $i = \sqrt{-1}$) untuk setiap persamaan berikut :

(i) $\exp(z) = 1 + i$
(10%)

(ii) $z^5 - 8iz^4 + z = 8i$.
(20%)

4. (a) Katakan $z = x + iy$, $i = \sqrt{-1}$ dan $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ merupakan satu fungsi yang beranalisis dalam satu rantau kompleks Ω .

- (i) Nyatakan hubungan Cauchy-Riemann diantara fungsi u dan v .
(ii) Tunjukkan bahawa jika $f(z) = \sin z$ maka $u(x, y)$ dan $v(x, y)$ ialah fungsi harmonik.
(iii) Tunjukkan bahawa u dan v menyelesaikan persamaan Laplace

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0$$

dalam rantau Ω .

(40%)

- (b) Nyatakan teorem reja dalam analisis kompleks. Dengan menggunakan kamiran kompleks dan teorem reja, tunjukkan bahawa

$$\int_0^{\pi} \frac{d\theta}{(2 + \cos \theta)} = \frac{\pi}{\sqrt{3}}$$

(20%)

...6/-

(c) Nilaikan kamiran berikut:

(i) $\int_0^{\infty} \frac{x^2}{x^4 + 1} dx$

(ii) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^6 + 64} dx$.

(40%)

-ooo0ooo-