UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester KSCP
Sidang Akademik 2004/2005

Mei 2005

ZCT 304/3 - Keelektrikan Dan Kemagnetan

Masa : 3 jam

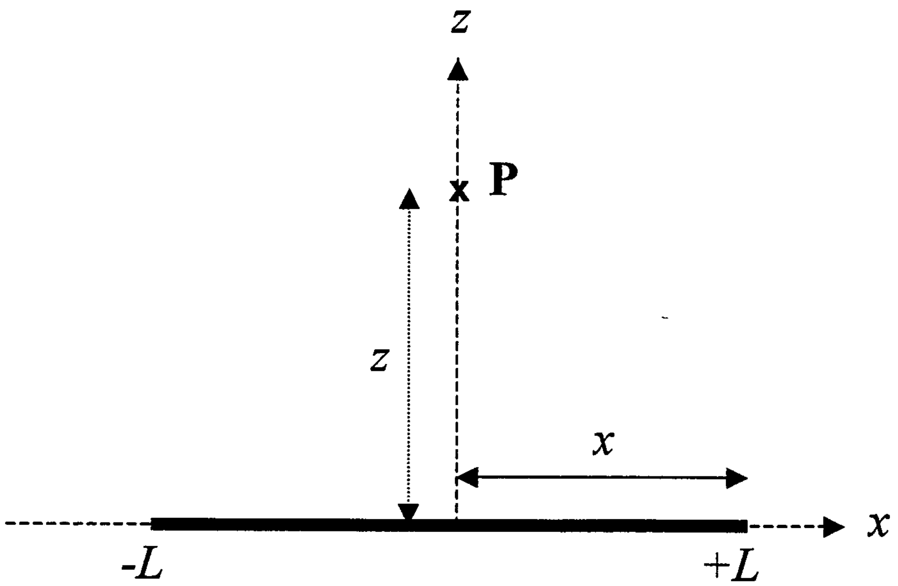
Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **SEMBILAN** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab **ENAM** soalan. **TIGA** soalan dari BAHAGIAN A dan **TIGA** soalan dari BAHAGIAN B. Kesemua soalan wajib dijawab dalam Bahasa Malaysia.

BAHAGIAN A

1. (a) Tunjukkan bahawa medan elektrik yang dihasilkan di titik P oleh satu garisan cas (lihat Rajah 1 di bawah) dengan ketumpatan cas λ Coulomb per meter adalah

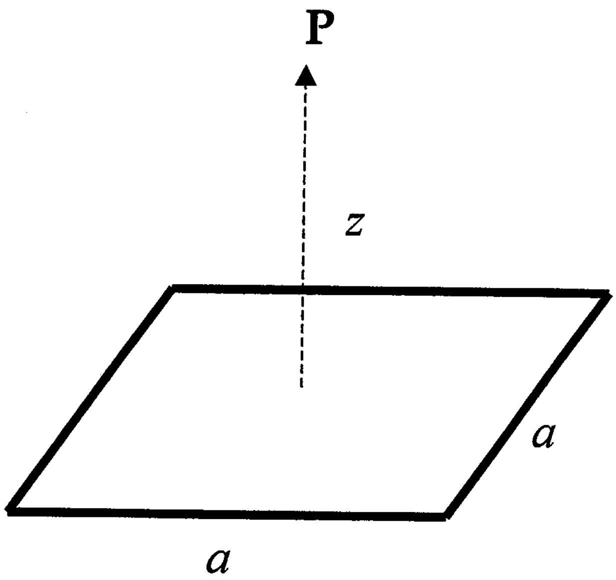
$$E_z = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\lambda L}{z\sqrt{z^2+L^2}}$$



Rajah 1

(50/100)

(b) Rajah 2 menunjukkan satu gelung segi-empat sama bersisi a yang mengandungi cas dengan ketumpatan cas λ Coulomb per meter. Dapatkan medan elektrik di titik P yang berada pada ketinggian z dari pusatan gelung.



Rajah 2

(50/100)

2. Pertimbangkan dua silinder konduktor berdinding nipis yang sepusat. Jejarinya adalah a dan b ($b > a$). Silinder bahagian dalam mempunyai keupayaan $V=V_0$ dan bahagian luar $V=0$. Ruang di antara kedua silinder mengandungi cas di mana ketumpatannya adalah $\rho=k/r^2$ (k adalah pemalar). (a) Dapatkan keupayaan elektrik, $V(r)$, di ruang antara silinder, (b) hitungkan ketumpatan permukaan cas bebas di setiap silinder, dan (c) dengan mempertimbangkan silinder sepanjang L, hitung tenaga elektrik yang mampu disimpan oleh sistem silinder ini.

(100/100)

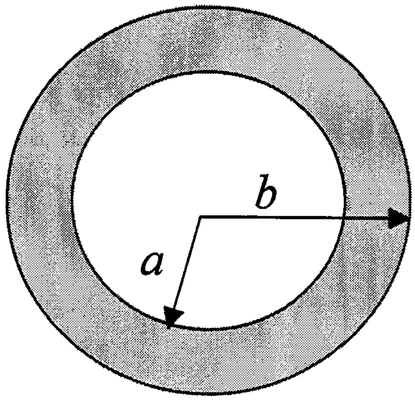
3. (a) Bermula dari persamaan Gauss dalam bentuk kamiran terbitkan persamaan Poisson dan persamaan Laplace.

(30/100)

(b) Satu petala sfera yang mempunyai jejari bahagian dalam a dan bahagian luar b (lihat Rajah 3) membawa cas berketumpatan

$$\rho = k / r^2$$

di kawasan $a \leq r \leq b$. Dengan menggunakan hukum Gauss hitung medan elektrik di tiga kawasan yang berikut: (i) $r < a$, (ii) $a < r < b$, dan (iii) $r > b$. Lakarkan graf $|\boldsymbol{E}|$ melawan r.



Rajah 3

(70/100)

4. Suatu petala sfera dielektrik yang mempunyai jejari bahagian dalam r_1 dan jejari bahagian luar r_2 telah terkutub dengan vektor pengkutuban $\vec{\mathbf{P}} = \left(\frac{k_1}{r} + k_2 r\right)\hat{\mathbf{r}}$, $\hat{\mathbf{r}}$ merupakan vektor unit jejarian, di mana k_1 dan k_2 adalah pemalar.

(a) Hitung ketumpatan isipadu cas terikat, ρ_b, dan semua ketumpatan permukaan cas terikat, σ_b.

(b) Dengan menggunakan hukum Gauss bagi dielektrik, dapatkan medan elektrik di tiga kawasan yang berikut: (i) $r < r_1$, (ii) $r_1 < r < r_2$, dan (iii) $r > r_2$.

(100/100)

BAHAGIAN B

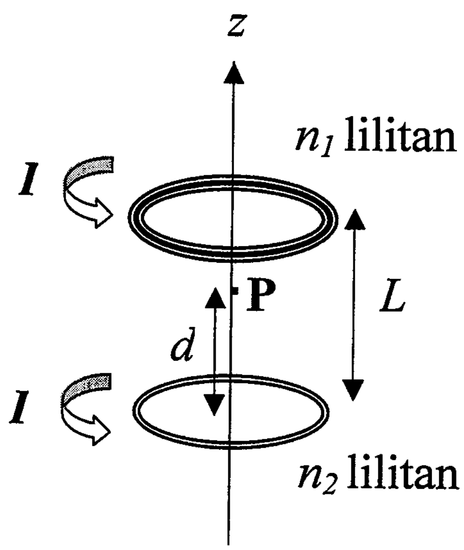
5. (a) Tunjukkan bahawa medan magnet **B** yang terhasil di titik P oleh satu gelung bulat berjejari R dan membawa arus I adalah

$$B(z) = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{\left(R^2 + z^2\right)^{3/2}}$$

Titik P tersebut berada pada ketinggian z dari pusatan gelung.

(40/100)

(b) Perhatikan konfigurasi sistem membawa arus yang berikut (lihat Rajah 4)



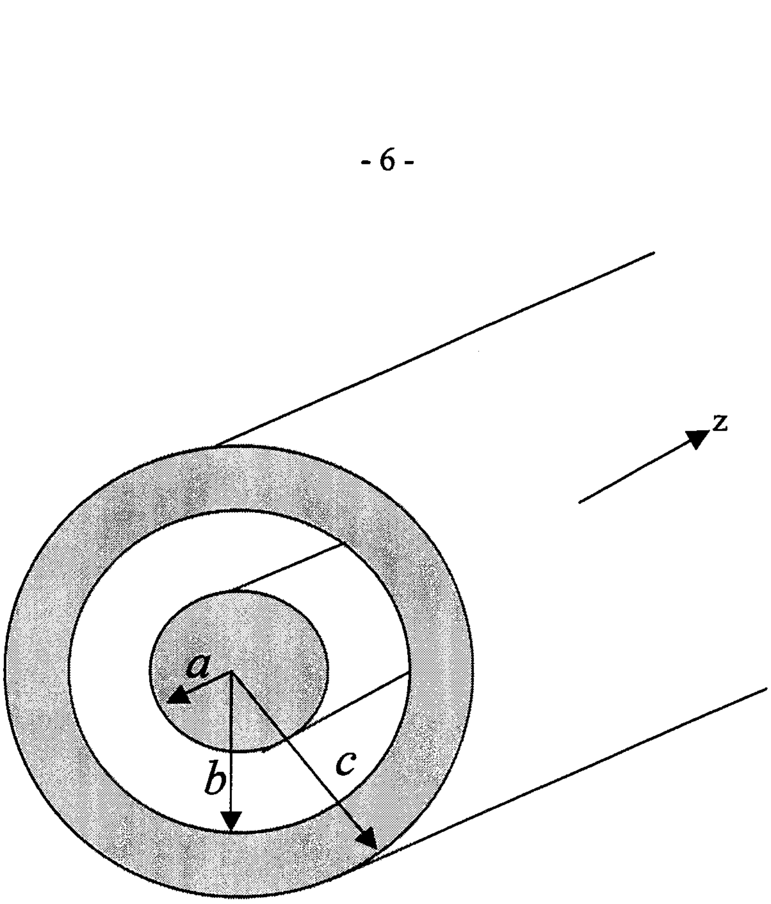
Rajah 4

Gelung atas mempunyai n_1 lilitan dan gelung bawah mempunyai n_2 lilitan. Kedua-dua gelung membawa arus I. Dapatkan medan magnet **B** yang terhasil di titik P. Titik ini berada pada ketinggian d dari gelung bawah. Jarak pemisahan di antara gelung adalah L. (Panduan: gunakan keputusan dari bahagian (a)).

(60/100)

6. (a) Pertimbangkan dua konduktor silinder yang sepaksi. Rujuk Rajah 5. Konduktor bahagian dalam membawa arus I pada arah $\hat{\mathbf{z}}$ dan konduktor bahagian luar membawa arus I pada arah $-\hat{\mathbf{z}}$. Anggap arus bertabur seragam.

...6/-



Rajah 5

Hitung **B** di empat kawasan yang berikut: (i) $r < a$, (ii) $a < r < b$, (iii) $b < r < c$, dan (iv) $r > c$.

(40/100)

(b) Bermula dari hukum Ampere bagi **B** buktikan bahwa $\oint_C \vec{A} \cdot d\vec{l} = \Phi_B$ di

(20/100)

(c) Satu solenoid yang sepanjang L membawa arus I dan mempunyai jumlah lilitan N. Pertimbangkan sebahagian solenoid sepanjang l. a adalah jejari solenoid. Tunjukkan bahawa medan magnet yang terhasil di bahagian dalam solenoid tersebut adalah $B_z = \mu_0 I(N/L)$. Kemudian dapatkan vektor keupayaan **A** di kawasan-kawasan yang berikut: (i) $r < a$, dan (ii) $r > a$.

(40/100)

7. Satu dawai konduktor berjejari R membawa arus I yang bertabur seragam. Dawai ini telah dibenamkan di dalam satu medium bahan magnet yang mempunyai pemalar kerentanan $\chi = \alpha_0$.

(a) Dengan menggunakan hukum Ampere bagi bahan magnet hitung keamatan medan magnet **H** di kawasan $r < R$ dan $r > R$.

(b) Dapatkan medan magnet **B** di setiap kawasan yang dinyatakan di (a).

(c) Dapatkan pemagnetan **M** di ruang bahan magnet, $r > R$.

(d) Kemudian hitung $\vec{J}_e$ di ruang bahan magnet, $r > R$. Nyatakan di manakah terletaknya $\vec{\lambda}_e$ dan apakah nilainya di situ.

(100/100)

8. (a) Pertimbangkan gelombang elektromagnet yang merambat di dalam satu bahan konduktor tanpa cas. Konduktor ini mempunyai pemalar kekonduksian g. Tulis keempat-empat persamaan Maxwell dalam bentuk pembezaan bagi rambatan gelombang di dalam bahan ini.

(40/100)

(b) Kemudian tunjukkan bahawa persamaan gelombang elektromagnet bagi rambatan gelombang di dalam konduktor yang dinyatakan di (a) dalam ungkapan **E** adalah

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \mu g \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = 0$$

di mana $\varepsilon\mu = \varepsilon_r \mu_r / c^2$. Jika $E = E_0 \exp i(\omega t - kz)$, dapatkan nilai k^2 dalam sebutan ε, μ, ω dan g.

(60/100)

Vector Derivatives

Cartesian Coordinates

$$d\boldsymbol{\ell} = \hat{\mathbf{i}}\,dx + \hat{\mathbf{j}}\,dy + \hat{\mathbf{k}}dz\,, \qquad dV = dx\,dy\,dz$$

$$\nabla f = \hat{\mathbf{i}}\,\frac{\partial f}{\partial x} + \hat{\mathbf{j}}\,\frac{\partial f}{\partial y} + \hat{\mathbf{k}}\frac{\partial f}{\partial z}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\nabla \times \mathbf{A} = \hat{\mathbf{i}}\left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right) + \hat{\mathbf{j}}\left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right) + \hat{\mathbf{k}}\left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right)$$

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

Cylindrical Coordinates

$$d\boldsymbol{\ell} = \hat{\mathbf{r}}dr + \hat{\boldsymbol{\phi}}r d\phi + \hat{\mathbf{k}}dz\,, \qquad dV = r dr\, d\phi\, dz$$

$$\nabla f = \hat{\mathbf{r}}\frac{\partial f}{\partial r} + \hat{\boldsymbol{\phi}}\frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \phi} + \hat{\mathbf{k}}\frac{\partial f}{\partial z}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$\nabla \times \mathbf{A} = \hat{\mathbf{r}}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z}\right) + \hat{\boldsymbol{\phi}}\left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r}\right) + \hat{\mathbf{k}}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rA_\phi) - \frac{1}{r}\frac{\partial A_r}{\partial \phi}\right]$$

$$\nabla^2 f = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial f}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

Spherical Coordinates

$$d\boldsymbol{\ell} = \hat{\mathbf{r}}dr + \hat{\boldsymbol{\theta}}r d\theta + \hat{\boldsymbol{\phi}}r\sin\theta d\phi\,, \qquad dV = r^2\sin\theta dr\, d\theta\, d\phi$$

$$\nabla f = \hat{\mathbf{r}}\frac{\partial f}{\partial r} + \hat{\boldsymbol{\theta}}\frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta} + \hat{\boldsymbol{\phi}}\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial f}{\partial \phi}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 A_r\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}(\sin\theta\, A_\theta) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$$

$$\nabla \times \mathbf{A} = \frac{\hat{\mathbf{r}}}{r\sin\theta}\left[\frac{\partial}{\partial \theta}(\sin\theta\, A_\phi) - \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi}\right] + \frac{\hat{\boldsymbol{\theta}}}{r}\left[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial r}(rA_\phi)\right] + \frac{\hat{\boldsymbol{\phi}}}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(rA_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial \theta}\right]$$

$$\nabla^2 f = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial f}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta\frac{\partial f}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2}$$

Physical Constants

$c = 2.998 \times 10^8$ m/s	Speed of light
$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ N/A^2 (or H/m)	Permeability constant in vacuum
$\epsilon_0 = \dfrac{1}{\mu_0 c^2} = 8.854 \times 10^{-12}$ C^2/Nm^2 (or F/m)	Permittivity constant in vacuum
$\dfrac{1}{4\pi\epsilon_0} = 10^{-7}c^2 = 8.988 \times 10^9$ Nm^2/C^2	
$e = 1.602 \times 10^{-19}$ C	Magnitude of electron charge
$m_e = 0.9109 \times 10^{-30}$ kg	Electron mass

Useful Integrals

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2+x^2}} = \ln\left(x + \sqrt{a^2+x^2}\right)$$

$$\int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a}$$

$$\int \frac{dx}{(a^2+x^2)^{3/2}} = \frac{x}{a^2\sqrt{a^2+x^2}}$$

Binomial Expansion

$$(1+\epsilon)^p = 1 + p\epsilon + \frac{p(p-1)}{2!}\epsilon^2 + \frac{p(p-1)(p-2)}{3!}\epsilon^3 + \ldots$$

Notation for Position Vector

$$\mathbf{x} = \hat{\mathbf{i}}\,x + \hat{\mathbf{j}}\,y + \hat{\mathbf{k}}\,z$$

$$r = |\mathbf{x}| = \sqrt{x^2+y^2+z^2} \qquad \text{and} \qquad \hat{\mathbf{r}} = \frac{\mathbf{x}}{r}$$

- ooo O ooo -