

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester ~~Keempat~~
Sidang 1991/92

Mac/April 1992

EUM 102 - Matematik Kejuruteraan II

Masa : [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi 7 muka surat tercetak dan EMPAT (4) soalan sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan. Tunjukkan kerja pengiraan dengan jelas.

Mesin hitung boleh digunakan .

Agihan markah bagi setiap soalan diberikan di sut sebelah kanan sebagai peratusan daripada markah keseluruhan yang diperuntukan bagi soalan berkenaan.

Jawab kesemua soalan di dalam bahasa Malaysia.

...2/-

SOALAN 1

(a) Selesaikan setiap persamaan pembezaan biasa berikut:

(i) $yy'(x) = (1 + y^2)^2 \exp(x), \quad y(0) = 1$

[20%]

(ii) $y'(x) = x^{-1}y + \frac{x^2}{\cos(x^{-1}y)}$ (sec ara umum)

[20%]

(iii) $2x^2y''(x) - 3xy'(x) + 2y = 0, \quad y(1) = 0, \quad y(4) = 1$

[20%]

(iv) $y''(x) + y = \exp(2x)$ (sec ara umum)

[20%]

(b) Gunakan kaedah siri kuasa untuk mendapat penyelesaian umum bagi

$$y''(x) + xy'(x) + y = 0$$

(Anda boleh meninggalkan jawapan anda dalam bentuk siri.)

[20%]

...3/-

SOALAN 2

Pertimbangkan persamaan pembezaan biasa (PPB) linear yang homogen dan berperingkat N ($N \geq 1$)

$$\sum_{n=0}^N a_n(x) y^{(n)}(x) = 0, \quad y = y(x);$$

$a_n = a_n(x)$ ialah fungsi yang diberi.

- (a) Jikalau $y = y_1(x)$, $y = y_2(x)$, ..., $y = y_{N-1}(x)$ dan $y = y_N(x)$ semuanya ialah penyelesaian untuk PBB di atas, tunjukkan bahawa

$$y = \sum_{m=0}^N C_m y_m(x) \quad C_m \text{ pemalar,}$$

juga ialah penyelesaian untuk PPB itu.

[20%]

Nyatakan syarat ke atas y_1, y_2, \dots, y_{N-1} dan y_N yang perlu untuk

$$y = \sum_{m=0}^N C_m y_m(x) \quad C_m \text{ pemalar,}$$

menjadi penyelesaian umum untuk PPB itu.

[10%]

...4/-

- 4 -

(b) (i) Jikalau (bagi semua x)

$$\sum_{n=0}^N a_n(x) \lambda^n = 0, \quad \lambda \text{ pemalar,}$$

maka tunjukkan bahawa $y = \exp(\lambda x)$ ialah satu penyelesaian untuk PBB di atas.

[20%]

(ii) Jikalau (bagi semua x)

$$\sum_{n=0}^N a_n(x) \lambda^n = (\lambda - k)^2 Q(\lambda),$$

λ dan k pemalar,

maka tunjukkan bahawa $y = x \exp(kx)$ ialah satu penyelesaian untuk PPB di atas.

[20%]

(c) Gunakan bahagian 2(a) dan (b) di atas untuk mendapat penyelesaian bagi

$$y'''(x) - y''(x) - y'(x) + y = 0,$$

diberi $y(0) = y'(0) = 0$ dan $y''(0) = 1$

[30%]

...5/-

Jelmaan Laplace bagi sesuatu fungsi $f(t)$ ($t > 0$) ditakrifkan sebagai

$$L\{f(t); s\} = \int_0^{\infty} f(t) \exp(-st) dt.$$

(a) Cari $L\{f(t); s\}$ jikalau

$$f(t) = \begin{cases} 1 & \text{bagi } 0 < t < 2, \\ \exp(t-2) & \text{bagi } t \geq 2. \end{cases}$$

Jikalau s ialah parameter yang nyata, apakah syarat ke atas s yang diperlu untuk $L\{f(t); s\}$ wujud?

(b) Buktikan setiap keputusan berikut:

[30%]

(i) $L\{\sigma f(t) + \beta g(t); s\} = \sigma L\{f(t); s\} + \beta L\{g(t); s\}$,
 σ dan β pemalar

[10%]

(ii) Jikalau $F(s) = L\{f(t); s\}$ dan $G(s) = \int_0^T f(t) \exp(-st) dt$
 $(T > 0)$ maka

$$L\{f(t+T); s\} = \exp(-sT) [F(s) - G(s)]$$

(c) Gunakan jelmaan Laplace untuk menyelesaikan

[20%]

$$y'(t) - \int_0^t y(u) du = \exp(-2t), t > 0,$$

di beri $y(0) = 0$

(Petunjuk : Anda boleh menggunakan keputusan berikut:-

$$L\{f'(t); s\} = s L\{f(t); s\} - f(0)$$

$$L\left\{\int_0^t f(u) du; s\right\} = \frac{1}{s} L\{f(t); s\}$$

$$L\{\exp(at); s\} = \frac{1}{s-a} \quad)$$

[40%]

...6/

SOALAN 4

- (a) Terdapat 3 peristiwa A, B dan C yang tak bersandar. Jikalau kebarangkalian peristiwa A berlaku ialah $1/6$, B tidak berlaku ialah $3/4$ dan C berlaku ialah $2/3$, tentukan kebarangkalian

(i) ketiga-tiga peristiwa berlaku. [10%]

(ii) peristiwa A atau B berlaku. [10%]

- (b) Sesuatu mesin dimuatkan dengan 3 bateri A, B dan C. Mesin ini akan berfungsi dengan baik jikalau sekurang-kurangnya 2 daripada bateri itu mempunyai kuasa. Biar $P_N(X)$ jadi kebarangkalian.

bateri X menghabiskan kuasanya dalam masa kurang daripada N jam.

Jikalau $P_{50}(A) = 1/10$, $P_{50}(B) = 1/5$, $P_{50}(C) = 3/10$,

$P_{100}(A) = 1/5$, $P_{100}(B) = 2/5$ dan $P_{100}(C) = 7/10$,

tentukan kebarangkalian mesin itu akan berfungsi dengan baik dalam masa antara 50 dan 100 jam.

[20%]

- (c) Fungsi ketumpatan kebarangkalian bagi satu pembolehubah rawak X ialah

$$f(x) = \begin{cases} Ax^2 + B & \text{bagi } |x| < 1, \\ 0 & \text{bagi } |x| > 1; \end{cases}$$

A dan B ialah pemalar.

- (i) Jikalau kebarangkalian X mengambil nilai yang kurang daripada $1/2$ ialah $5/8$, iaitu $P(X < 1/2) = 5/8$, maka tentukan A dan B.

[20%]

- (ii) Tentukan sisihan piawai (σ) bagi X.

(Gunakan nilai A dan B yang anda dapati dalam bahagian (i) di atas)

[10%]

...7/-

- (d) Biar X jadi satu pembolehubah rawak yang mengikut taburan normal.
 Nilai min (purata) bagi x ialah $\mu = 50$
 sisihan piawai bagi x ialah $\sigma = 3$.
 Biar P ($x < a$) jadi kebarangkalian X mempunyai satu nilai yang kurang daripada a.

Tentukan nilai c supaya

(i) $P(x < c) = 1/10$

[10%]

(ii) $P(50 - c < x < 50 + c) = 2/5$

[20%]

(Maklumat: Fungsi ketumpatan kebarangkalian bagi taburan normal ialah

$$f(x) = \frac{1}{\sigma(2\pi)^{1/2}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right)^2 \right]$$

Takrifkan

$$\Phi(z) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \int_{-\infty}^z \exp(-u^2/2) du.$$

Anda boleh guna nilai-nilai berikut (jika hendak):-

$\Phi(z)$	z
0.1000	-1.282
0.2000	-0.842
0.3000	-0.524

-ooo0ooo-

