

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang Akademik 1994/95
April 1995

EUM 102 - MATEMATIK KEJURUTERAAN II

Masa : [3 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi 9 muka surat bercetak dan ENAM (6) soalan sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab LIMA (5) soalan sahaja.

Agihan markah bagi setiap soalan diberikan di sut sebelah kanan sebagai peratusan daripada markah keseluruhan yang diperuntukkan bagi soalan berkenaan.

Jawab kesemua soalan dalam Bahasa Malaysia.

Mesinkira boleh digunakan.

.../2

- 2 -

1. (a) Nyatakan perbezaan di antara persamaan pembezaan linear peringkat pertama dengan persamaan pembezaan linear peringkat n. Carilah penyelesaian bagi setiap persamaan pembezaan yang berikut:

$$(i) \quad \frac{dy}{dx} = \frac{1}{y} (1 + y^2);$$

$$(ii) \quad \frac{dy}{dx} - \frac{y}{1+x} = 2x;$$

$$(iii) \quad y' = \frac{xy^2 + 5x}{y};$$

$$(iv) \quad xy' = y + xe^{y/x}; \text{ dan}$$

$$(v) \quad y' = \frac{x + y + 2}{2x + 2y - 1}$$

(60%)

- (b) Selesaikan masalah nilai awalan bagi setiap persamaan pembezaan yang berikut:

$$(i) \quad y'' + 4y = 8x^2, \quad y(0) = y'(0) = 0$$

$$(ii) \quad y'' + 6y' + 5y = e^{-x} + 26 \sin x, \quad y(0) = y'(0) = 0$$

(40%)

.../3

- 3 -

2. (a) Apakah perbezaan di antara persamaan tepat dan persamaan homogen?

Selesaikan persamaan pembezaan,

$$(2y - x + 2)dy - (y - x - 1)dx = 0$$

menggunakan kaedah persamaan tepat.

(30%)

- (b) Menggunakan kaedah jelmaan Laplace, selesaikan masalah nilai awalan bagi persamaan pembezaan,

$$y'' + 2y' + 5y = 0, y(0) = 2, y'(0) = -1$$

(30%)

- (c) Tentusahkan bahawa $Y_1(x) = x$ ialah penyelesaian bagi persamaan pembezaan Legendre;

$$(1 - x^2)y'' - 2xy' + 2y = 0$$

dan dapatkan penyelesaian am bagi persamaan tersebut.

(40%)

.../4

- 5 -

4. (a) Katakan A dan B ialah dua peristiwa dalam suatu ruang kebarangkalian dengan $P(A)$ ialah kebarangkalian peristiwa A berlaku dan $P(B)$ ialah kebarangkalian peristiwa B berlaku. Nyatakan;

- (i) peristiwa A dan B adalah peristiwa saling berasingan;
 (ii) peristiwa A dan B adalah peristiwa bebas.

Jika A dan B ialah dua peristiwa dengan

$$P(A) = 0.5 \text{ dan } P(A \cup B) = 0.9,$$

carilah nilai $P(B)$ bagi peristiwa yang berikut:

- (i) A dan B adalah saling berasingan;
 (ii) A dan B adalah bebas; dan
 (iii) Jika kes (ii) benar, dapatkan $P(A|B)$

(30%)

- (b) Garispusat (dalam ukuran sentimeter (sm)) bagi suatu cakera bulat yang dipotong oleh suatu mesin merupakan pembolehubah rawak X dengan fungsi ketumpatan kebarangkalian,

$$f(x) = \begin{cases} hx(4 - x), & 1 < x < 4 \\ 0 & , \text{ nilai lain} \end{cases}$$

Tentukan,

- (i) nilai h supaya $f(x)$ benar-benar fungsi kebarangkalian.
 (ii) kebarangkalian garispusat itu tidak melebihi 2 sm.
 (iii) jangkakan luas cakera tersebut.

(35%)

.../6

- 6 -

- (c) Suatu eksperimen dijalankan bagi mengkaji peningkatan kebolehlarutan suatu bahan kimia tertentu. Pada suhu 0°C , data pengukuran kebolehlarutan (diukur dalam grams) yang dihasilkan daripada eksperimen ini adalah seperti yang berikut:

60.1, 60.2, 60.2, 60.4, 60.1

60.0, 59.9, 59.9, 60.2, 59.9

Dengan beranggapan bahawa data tersebut tertabur secara normal, ujilah hipotesis bahawa min kebolehlarutan itu adalah 60 grams melawan minnya lebih daripada 60 grams. Gunakan paras keertian $\alpha = 0.05$. Dapatkan juga 95% selang keyakinan dua hala bagi min kebolehlarutan bahan kimia itu.

(35%)

5. (a) Sebuah TV model SONY yang menggunakan litar tercetak, sekiranya mengalami kerosakan, maka suatu kaedah biasa digunakan untuk mengesan kerosakan litar itu. Dengan menggunakan kaedah ini, kebarangkalian mengesan dengan betul kerosakan litar tercetak (PCD) ialah 0.7. Tetapi kebarangkalian tersalah kesan sebagai PCD jika sebenarnya kerosakan itu bukan disebabkan oleh PCD ialah 0.4. Daripada pengalaman yang lalu, menunjukkan bahawa 60% kerosakan TV jenis ini adalah disebabkan oleh PCD. Jika ini benar, carilah kebarangkalian set TV itu mengalami kerosakan disebabkan oleh PCD jika diberi bahawa sebenarnya memang telah dikesan dengan betul sebagai PCD.

(30%)

.../7

- (b) Katakan X ialah pembolehubah rawak tertabur secara Poisson dengan fungsi kebarangkalian,

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, \dots, \text{ dan } \lambda > 0$$

Carilah min dan sisihan piawai bagi X .

Suatu kajian menunjukkan bahawa kerosakan kabel Telekom bawah tanah berlaku mengikut taburan Poisson dengan kadar jangkaan kerosakan sebanyak 0.05 bagi setiap satu kilometer. Bagi 100 km panjang kabel tersebut, carilah,

- (i) kebarangkalian tepat 5 kerosakan ;
- (ii) kebarangkalian sekurang-kurangnya satu kerosakan; dan
- (iii) min dan varians kerosakan.

(35%)

- (c) Data pengukuran kebolehlarutan daripada suatu eksperimen diambil pada paras suhu yang berbeza dan hasilnya adalah seperti yang berikut:

Suhu (°C)	Kebolehlarutan (grams)
0	60.2
4	65.1
10	70.3
15	75.2
21	81.2
30	85.1
45	100.2

Tentukan,

- (i) garis regresi kuasadua terkecil bagi kebolehlarutan terhadap suhu;
- (ii) anggaran kebolehlarutan pada 25 °C ; dan
- (iii) 95% selang keyakinan dua hala bagi min sekiranya data tersebut tertabur secara normal dengan min μ dan sisihan piawai 1.5.

(35%)

.../8

- (b) Katakan X ialah pembolehubah rawak tertabur secara Poisson dengan fungsi kebarangkalian,

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, \dots, \text{ dan } \lambda > 0$$

Carilah min dan sisihan piawai bagi X .

Suatu kajian menunjukkan bahawa kerosakan kabel Telekom bawah tanah berlaku mengikut taburan Poisson dengan kadar jangkaan kerosakan sebanyak 0.05 bagi setiap satu kilometer. Bagi 100 km panjang kabel tersebut, carilah,

- (i) kebarangkalian tepat 5 kerosakan ;
- (ii) kebarangkalian sekurang-kurangnya satu kerosakan; dan
- (iii) min dan varians kerosakan.

(35%)

- (c) Data pengukuran kebolehlarutan daripada suatu eksperimen diambil pada paras suhu yang berbeza dan hasilnya adalah seperti yang berikut:

Suhu (°C)	Kebolehlarutan (grams)
0	60.2
4	65.1
10	70.3
15	75.2
21	81.2
30	85.1
45	100.2

Tentukan,

- (i) garis regresi kuasadua terkecil bagi kebolehlarutan terhadap suhu;
- (ii) anggaran kebolehlarutan pada 25°C ; dan
- (iii) 95% selang keyakinan dua hala bagi min sekiranya data tersebut tertabur secara normal dengan min μ dan sisihan piawai 1.5.

(35%)

.../8

- 8 -

6. (a) Sebenarnya terdapat dua jalan yang berlainan dari Tronoh ke Batu Gajah. Manakala dari Batu Gajah ke Ipoh kita boleh memilih tiga jalan yang berlainan. Dalam musim hujan, kebarangkalian bagi setiap jalan ini ditutup disebabkan banjir ialah 0.1 dan jalan-jalan ini adalah bebas di antara satu sama lain.

Jika Ali ingin pergi ke Ipoh dari Tronoh, pada waktu hujan lebat, apakah kebarangkalian Ali sampai ke Ipoh tanpa sebarang halangan.

(30%)

- (b) Katakan X mewakili pembolehubah rawak bilangan kemalangan berlaku di kawasan kampus USM sepanjang tahun 1994 dengan fungsi kebarangkaliannya $P(X)$ diberi seperti yang berikut:

x	0	1	2	3	4
$p(X = x)$	0.8	k	$3k^2$	$5k^2$	$2k^2$

Tentukan,

- (i) nilai k supaya fungsi $p(x)$ itu benar-benar fungsi ketumpatan kebarangkalian;
- (ii) min dan sisihan piawai bilangan kemalangan berlaku sepanjang tahun 1994;
- (iii) kebarangkalian kemalangan berlaku sekurang-kurangnya dua kali diberi bahawa sekurang-kurangnya satu kemalangan telah berlaku. Anggapkan bilangan kemalangan berlaku adalah bebas antara satu sama lain.

(40%)

.../9

- (c) Mentol OHP kuasa tinggi (600 W) yang dibeli oleh Unit Perkhidmatan Akademik mempunyai min tempoh hayatnya ialah 500 jam. Daripada 10 sampel mentol yang telah digunakan sepanjang tahun 1994, didapati bahawa min tempoh hayatnya ialah 522 jam dan sisihan piawainya ialah 20 jam. Dengan beranggapan bahawa tempoh hayat mentol tersebut tertabur secara normal,
- (i) ujilah hipotesis yang menunjukkan bahawa min tempoh hayat mentol itu mempunyai perbezaan yang bererti daripada min tempoh hayat 500 jam; dan
 - (ii) carilah 95% selang keyakinan dua hala bagi min - tempoh hayat mentol itu.

(30%)

ooo OOO ooo