UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang 1991/92

Oktober/November 1991

<u>EUM 101 - Matematik Kejuruteraan I</u>

Masa : [2 jam]

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi 7 muka surat beserta Lampiran (1 muka surat) bercetak dan <u>ENAM(6)</u> soalan sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab mana-mana <u>LIMA (5)</u> soalan. Tunjukkan kerja pengiraan dengan jelas.

Mesin hitung boleh digunakan.

Agihan markah bagi setiap soalan diberikan di sut sebelah kanan sebagai peratusan daripada markah keseluruhan yang diperuntukkan bagi soalan berkenaan.

Jawab kesemua soalan dalam Bahasa Malaysia.

...2/-

1. (a) (i) Berikan takrif yang jelas bagi pernyataan " f(x) adalah selanjar pada x = c ".

(ii) Berikan dua contoh yang berbeza yang mana suatu fungsi itu tidak selanjar.

(20%)

(b) (i) Tunjukkan bahawa jika f(x) boleh beza pada C, maka f(x) selanjar pada C .

(ii) Tunjukkan bahawa fungsi,

$$F(x) = \begin{cases} 2x & , x \leq 0 \\ -x & , x > 0 \end{cases}$$

tidak boleh beza pada x = 0.

(30%)

(c) Tentukan nilai had berikut (jika wujud).

(i) $\displaystyle \text{had}_{x \to 0} \frac{\text{Sin } 2x}{\tan x}$;

(ii) $\displaystyle \text{had}_{x \to \infty} \frac{4 - 5x + 7x^2}{2 + x^2}$;

(iii) $\displaystyle \text{had}_{x \to \infty} (\sqrt{16 + x} - \sqrt{4 + x})$;

(iv) $\displaystyle \text{had}_{x \to 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{8 - 2x}$;

(v) $\displaystyle \text{had}_{x \to 1} \frac{(\ln x)^2}{(x - 1)^2}$.

(50%)

2. (a) Cari dy/dx jika,

(i) $y = a^{\cos x}$, $(a > 0)$;

(ii) $x^3 + y^3 + 2x^2 y = 9$;

(iii) $y = \arctan(\sqrt{1 - x^2})$, $-1 < x < 1$.

(30%)

(b) Jika $\omega = f(u,v)$, f mempunyai terbitan separa yang selanjar dan,

$$u = xy \ , \ V = \frac{1}{2}(x^2 - y^2)$$

tunjukkan bahawa,

$$\frac{\partial \omega}{\partial x} = yf_u + xf_v \ (f_u = \frac{\partial f}{\partial u} \ , \ f_v = \frac{\partial f}{\partial v} \ , \text{ dsb. }) ;$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial y} = xf_u - yf_v$$

dan dapatkan juga $\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2}$.

(40%)

(c) Rintangan bagi suatu paip silinder, R yang mengalirkan suatu bendalir diberi oleh persamaan,

$$R = \frac{k\,L}{r^4}$$

L ialah panjang paip, r ialah jejari paip dan k ialah malar sebarangan. Dapatkan ralat relatif bagi R jika ralat relatif bagi L ialah ±0.03 dan ralat relatif bagi r ialah ±0.02.

(30%)

3. (a) Cari kamiran tak tentu berikut:

(i) $\int 3x(x^2+4)^5 dx$;

(ii) $\int x^2 \ln x \, dx$;

(iii) $\int \frac{2x^3 - 2x + 5}{x^4 - 2x^3 + 5x^2} dx$;

(iv) $\int \frac{1}{x^4 + 4 + 8e^{-x}} dx$.

(40%)

(b) Katakan $I_n = \int \sec^n x \, dx$. Tunjukkan bahawa,

$$I_n = \operatorname{Sec}^{n-2} x \tan x - (n-2)\int \sec^{n-2} x \tan^2 x \, dx.$$

Seterusnya tuliskan I_n sebagai,

$$I_n = \frac{1}{n-1} \operatorname{Sec}^{n-2} x \tan x + \frac{(n-2)}{(n-1)} I_{n-2}$$ dan

carilah nilai $\int \sec^6 x \, dx$.

(30%)

(c) Syarikat RR Elektronik mengeluarkan dua jenis komputer peribadi 486 super 2020. Keuntungan bulanan, $U(x, y)$ yang diperolehi dalam ribu ringgit diterangkan oleh persamaan,

$$U(x, y) = 60x + 40y + xy - x^2 - \frac{y^2}{2} - 100 .$$

x dan y mewakili bilangan unit bagi setiap jenis komputer yang dikeluarkan. Mengikut keupayaan pada masa kini, syarikat tersebut boleh mengeluarkan 10 komputer setiap bulan. Berapakah bilangan setiap jenis komputer yang sepatutnya boleh dikeluarkan oleh syarikat ini supaya keuntungan bulanannya adalah maksimum ? . Tentukan keuntungan maksimum yang diperolehi itu.

(30%)

4. (a) Menggunakan aruhan matematik, buktikan bahawa,

$$1^2 + 3^2 + 5^2 + \ldots\ldots + (2n-1)^2 = \frac{1}{3} n(2n-1)(2n+1)$$

bagi semua $n \geq 1$, n ialah nombor integer.

(30%)

(b) Dengan menggunakan kaedah Newton-Raphson, dapatkan penghampiran punca bagi persamaan $x^2 = 3$ tepat kepada 5 titik perpuluhan. Tunjukkan langkah-langkah penyelesaian dengan jelas.

(30%)

(c) Lakar graf bagi fungsi

$$y = \frac{x^2}{x-1}$$

dengan menunjukkan sebarang assimptot, maksimum atau minimum tempatan atau titik-titik lengkuk balas (jika wujud).

Berikan selang-selang bagi fungsi itu menokok, menyusut, cekung ke atas dan cekung ke bawah dengan jelas.

(40%)

5. (a) Tentukan samada siri-siri berikut menumpu atau mencapah

(i) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2k+1}{3k-1}$ (ii) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^3\, 3^k}{(k+1)\,!}$

(20%)

(b) Tunjukkan bahawa siri $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3^{2k}}{(k+1)\,!}(x-2)^k$

menumpu bagi setiap nilai x dalam selang $\left[\frac{17}{9}, \frac{19}{9}\right)$.

(30%)

(c) Siri Fourier bagi suatu fungsi f(x) dalam selang $[-\pi, \pi)$ ialah suatu siri,

$$a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \operatorname{Cos}(kx) + b_k \operatorname{Sin}(kx)] .$$

Katakan kamiran f(x) wujud bagi x dalam selang $[-\pi, \pi]$. Tunjukkan bahawa rumus Euler (pekali-pekali Fourier bagi f dalam selang $[-\pi, \pi]$) ialah,

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x)\, dx \qquad ;$$

$$a_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(kx)\, dx \quad \text{bagi } k = 1, 2, 3, \ldots\ldots\ldots .$$

dan

$$b_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(kx)\, dx \quad \text{bagi } k = 1, 2, 3, \ldots\ldots .$$

Seterusnya carilah siri Fourier bagi fungsi

$$f(x) = x\,(\pi^2 - x^2)\ , \ (-\pi < x < \pi).$$

(50%)

6. (a) Carilah nilai kamiran tentu berikut:

(i) $\displaystyle\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{x}}$; (ii) $\displaystyle\int_0^5 \frac{dx}{x(\ln x)^2}$;

(iii) $\displaystyle\int_0^3 x\sqrt{x+1}\, dx$; (iv) $\displaystyle\int_{-\infty}^0 \frac{e^x}{e^x+1}\, dx$;

(v) $\displaystyle\int_0^{\pi/4} \frac{\operatorname{Sec}^3\theta + e^{\operatorname{Sin}\theta}}{\operatorname{Sec}\theta}\, d\theta$

(50%)

(b) Syarikat Edaran Otomobil Nasional (EON) merancang memperuntukkan sebahagian besar perbelanjaannya kepada bahagian pengiklanan untuk promosi jualan kereta Proton model baru, Proton Super 2020. Dari analisa pemasaran kereta, mereka mendapati bahawa jangkaan jualan tahunan selepas promosi bermula diberi oleh persamaan,

$$S_1(x) = 15e^{0.05x} \text{ juta ringgit/tahun.}$$

Jualan tahunan sebelum promosi diberi oleh persamaan,

$$S_2(x) = 12 + 0.6x \text{ juta ringgit/tahun.}$$

Dalam masa 5 tahun pertama selepas promosi, berapakah pertambahan jumlah jualan kereta Proton Super 2020 itu?

(30%)

(c) Tentukan isipadu yang terkandung di antara permukaan Z dan segiempat tepat R, berikut:

$$Z(x+y) = e^{x+y} \quad ; \quad R: -1 \leq x \leq 1,\ 0 \leq y \leq 2\ .$$

(20%)

- oooOooo -

JADUAL RUMUS

1. $\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta.$
2. $\sin(\theta \pm \phi) = \sin\theta\cos\phi \pm \cos\theta\sin\phi.$
3. $\cos(\theta \pm \phi) = \cos\theta\cos\phi \mp \sin\theta\sin\phi.$
4. $\sin\theta + \sin\phi = 2\sin\frac{\theta+\phi}{2}\cos\frac{\theta-\phi}{2}.$
5. $\sin\theta - \sin\phi = 2\cos\frac{\theta+\phi}{2}\sin\frac{\theta-\phi}{2}.$
6. $\cos\theta + \cos\phi = 2\cos\frac{\theta+\phi}{2}\cos\frac{\theta-\phi}{2}.$
7. $\cos\theta - \cos\phi = -2\sin\frac{\theta+\phi}{2}\sin\frac{\theta-\phi}{2}.$
8. $\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta = 2\cos^2\theta - 1 = 1 - 2\sin^2\theta.$
9. $\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta.$
10. If $t = \tan\frac{x}{2}$, then $\sin x = \frac{2t}{1+t^2}$, $\cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$, $\frac{dx}{dt} = \frac{2}{1+t^2}$.
11. $\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C,\ n \neq -1.$
12. $\int \frac{dx}{x} = \log|x| + C.$
13. $\int e^x\,dx = e^x + c.$
14. $\int \cos x\,dx = \sin x + C.$
15. $\int \sin x\,dx = -\cos x + C.$
16. $\int \sec^2 x\,dx = \tan x + C.$
17. $\int \tan x\,dx = \log|\sec x| + C.$
18. $\int \sec x\,dx = \log|\sec x + \tan x| + C.$
19. $\int \sin^2 x\,dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin 2x + C.$
20. $\int \cos^2 x\,dx = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\sin 2x + C.$
21. $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \text{arc}\sin\frac{x}{a} + C.$
22. $\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a}\text{arc}\tan\frac{x}{a} + C.$
23. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \text{ar}\sinh\frac{x}{a} + C.$
24. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - a^2}} = \text{ar}\cosh\frac{x}{a} + C.$