

---

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama  
Sidang Akademik 2004/2005

Oktober 2004

**ZCT 210/4 - Analisis Kompleks dan Persamaan Pembezaan**

Masa : 3 jam

---

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **EMPAT** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab kesemua **ENAM** soalan. Kesemuanya wajib dijawab dalam Bahasa Malaysia.

1. Diberi nombor kompleks  $P = 9 - 4i$ .
- (a) Lakarkan  $P$  di dalam satah kompleks. (10/100)
- (b) Tukarkan  $P$  ke dalam bentuk kutub,  $P = r e^{i\theta}$ . (15/100)
- (c) (i) Terbitkan semua punca yang berbeza bagi  $P^{3/4}$ . (30/100)  
(ii) Lakarkan punca-punca ini di dalam satah kompleks. (20/100)
- (d) Nilaikan  $P^{-1-2i}$ . (25/100)
2. (a) Diberi lintasan  $C_1$  terdiri daripada garis lurus menegak dari titik  $-2 - 2i$  ke titik  $-2 + 2i$  dan kemudian garis lurus mendatar dari titik  $-2 + 2i$  ke titik  $2 + 2i$ , dan lintasan  $C_2$  ialah satu garis lurus dari titik  $-2 - 2i$  ke titik  $2 + 2i$
- (i) Lakarkan lintasan-lintasan  $C_1$  dan  $C_2$  di dalam satah kompleks. (10/100)
- Diberi  $f(z) = 9z^2 + 5z - (1 + 2i)$
- (ii) Nilaikan  $\int_{-2-2i}^{2+2i} f(z) dz$  dengan kamiran biasa (kamiran terus). (20/100)
- (iii) Nilaikan  $\int_{-2-2i}^{2+2i} f(z) dz$  sepanjang lintasan  $C_1$ . (20/100)
- (iv) Nilaikan  $\int_{-2-2i}^{2+2i} f(z) dz$  sepanjang lintasan  $C_2$ . (20/100)
- (b) (i) Diberi  $C$  ialah kontour semi-bulatan dari titik  $-\pi$  ke titik  $\pi$  pada bahagian atas paksi nyata di dalam satah kompleks. Lakarkan  $C$  di dalam satah kompleks. (10/100)
- (ii) Nilaikan  $\int_C \cos(iz) dz$  (20/100)

3. Diberi  $g(z) = \frac{2z}{64z^3 + 27}$

- (a) Cari kutub-kutub yang terhingga bagi  $g(z)$ . (15/100)
- (b) Lakarkan kutub-kutub ini di dalam satah kompleks. (15/100)
- (c) Cari reja-reja bagi  $g(z)$  pada kutub-kutub ini. (25/100)
- (d) Nilaikan kamiran,  $I = \int_{-\infty}^{\infty} g(z) dz$  dengan teorem reja. (45/100)

4. (a) Selesaikan persamaan Bernoulli yang berikut:

$$xy' = 6y + 12x^4 y^{2/3} \quad (50/100)$$

- (b) Selesaikan persamaan pembezaan berikut dengan kaedah yang sesuai:

$$e^x + ye^{xy} + (e^y + xe^{yx})y' = 0 \quad (50/100)$$

5. Pertimbangkan persamaan pembezaan yang tidak homogen ini:

$$x^2 y'' - 2xy' + 2y = x^3 e^x \quad (1)$$

- (a) Cari penyelesaian am,  $y_c(x)$ , bagi persamaan homogen yang terturun dari persamaan pembezaan (1). (20/100)
- (b) Cari penyelesaian  $y_p(x)$ , bagi persamaan pembezaan (1) dengan kaedah perubahan parameter. (75/100)
- (c) Dari keputusan dalam (a) dan (b), nyatakan penyelesaian am bagi persamaan pembezaan (1). (5/100)

- (6) Pertimbangkan persamaan pembezaan yang berikut:

$$3x^2 y'' + (3x^2 + 5x)y' + (6x - 1)y = 0 \quad (2)$$

- (a) Tentukan titik singular dan titik-titik biasa bagi persamaan pembezaan (2). Kemudian, tunjukkan yang titik  $x = 0$  adalah titik singular biasa. (15/100)
- (b) Selesaikan persamaan pembezaan (2) dengan menggunakan kaedah Frobenius – tentukan (i) persamaan “indicial”, (ii) punca-punca persamaan “indicial”, (iii) hubungan rekursi dan (iv) lima sebutan pertama bagi setiap dari kedua-dua penyelesaian siri bagi persamaan pembezaan (2). (85/100)